Optyka geometryczna z elementami optyki falowej

Marian Talar

21 lipca 2006

1 Informacje ogólne

To, że światło jest falą elektromagnetyczną wiadomo było już od czasu gdy J. C. Maxwell (1831-1879) sformułował równania pola elektromagnetycznego. Z równań tych wynikało istnienie fal elektromagnetycznych. Światło jest małym fragmentem widma tych fal o zakresie długości od około 400 nm do 700 nm.

Definicja 1 *Długość fali λ jest to odległość, którą pokonuje fala z szybkością v w ciągu czasu T równego jednemu okresowi, więc:*

$$\lambda = v \cdot T$$

a, ponieważ

$$T = \frac{1}{f}$$

więc

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Szybkość rozchodzenia się fal elektromagnetycznych, a więc i świetlnych zależy od ośrodka, w którym fale się rozchodzą jak i od ich częstotliwości. Wyjątkiem jest próżnia gdzie wszystkie fale elektromagnetyczne rozchodzą się z tą samą szybkością $c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{m}{s}$. Jest to największa szybkość, z jaką fale elektromagnetyczne, a więc i świetlne, mogą się rozchodzić. W związku z powyższym długość fali o określonej częstotliwości będzie zależeć od ośrodka, w którym ta fala się rozchodzi, ponieważ częstotliwość fali nie zmienia się wraz z jej przejściem do innego ośrodka.

Długość fali o częstotliwości f w próżni można więc wyrazić wzorem:

$$\lambda_{proznia} = \frac{c}{f}$$

podczas gdy długość tej samej fali na przykład w wodzie będzie dana wzorem:

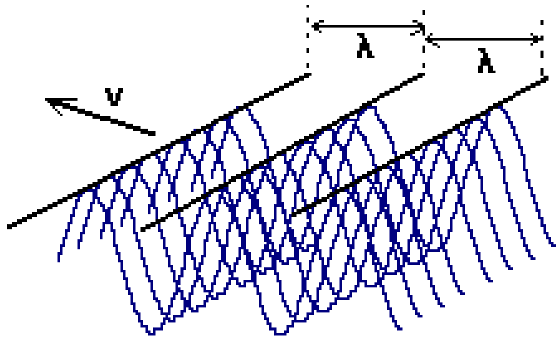
$$\lambda_{woda} = \frac{v}{f}.$$

Ponieważ szybkość v światła w wodzie jest mniejsza niż szybkość c światła w próżni, więc widać że długość tej fali w wodzie musi być mniejsza niż w próżni.

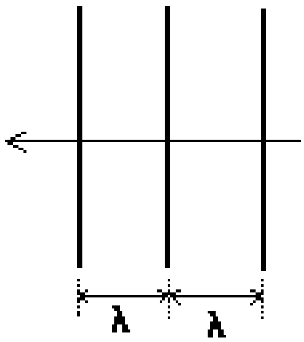
$$\lambda_{woda} < \lambda_{proznia}$$

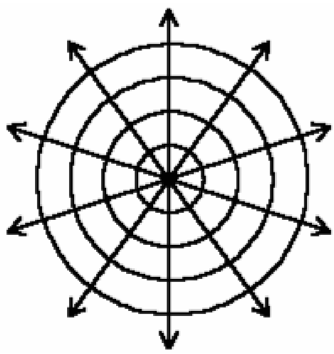
Definicja 2 *Czołem fali nazywa się zbiór wszystkich tych punktów przestrzeni, w których fala ma tę samą fazę w pewnej ustalonej chwili czasu t.*

Jeżeli czoła fali mają kształt płaszczyzny, to taką falę nazywamy **płaską**, gdy czoła mają kształt sfery to falę nazywamy **kulistą**. Proste prostopadłe do czoła fali w każdym jej punkcie wyznaczają kierunek rozchodzenia się fali. W optyce kierunek ten nazywa się **promieniem**.



Powyższy rysunek przedstawia falę płaską, gdzie zaznaczono liniami prostymi czoła fali w punktach grzbietowych fali. Odległość sąsiednich czół jest więc równa długości fali λ. Rysunek poniżej przedstawia tę samą falę w rzucie na płaszczyznę (z lewej), gdzie dodatkowo zaznaczono jeden z promieni oraz (z prawej)przekrój płaski fali kulistej z zaznaczonymi promieniami (kierunkami rozchodzenia się fali).



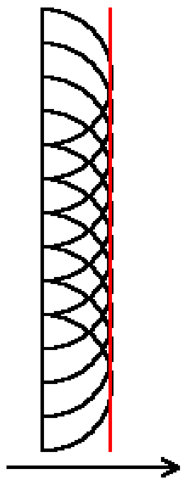


2 Zasada Huygensa

Z każdej dobrej teorii światła muszą wynikać dobrze znane z doświadczenia prawa odbicia i załamania światła. Teoria Maxwella jest taką teorią, jednak wyprowadzenie z niej tych praw jest matematycznie trudne. Około 100 lat wcześniej (1678 r.) holenderski fizyk Christian Huygens sformułował prostszą, aczkolwiek mniej wszechstronną teorię światła, która znakomicie się nadawała do wyjaśnienia tych podstawowych zjawisk. Zakłada się w niej tylko tyle, że światło jest falą nie wnikając w jej naturę, ani w to czy jest to fala poprzeczna czy podłużna. Przyjmuje się jako zasadę pewną konstrukcję geometryczną, która pozwala opisać rozchodzenie się fali, jeżeli znamy położenia czoła fali w danej chwili:

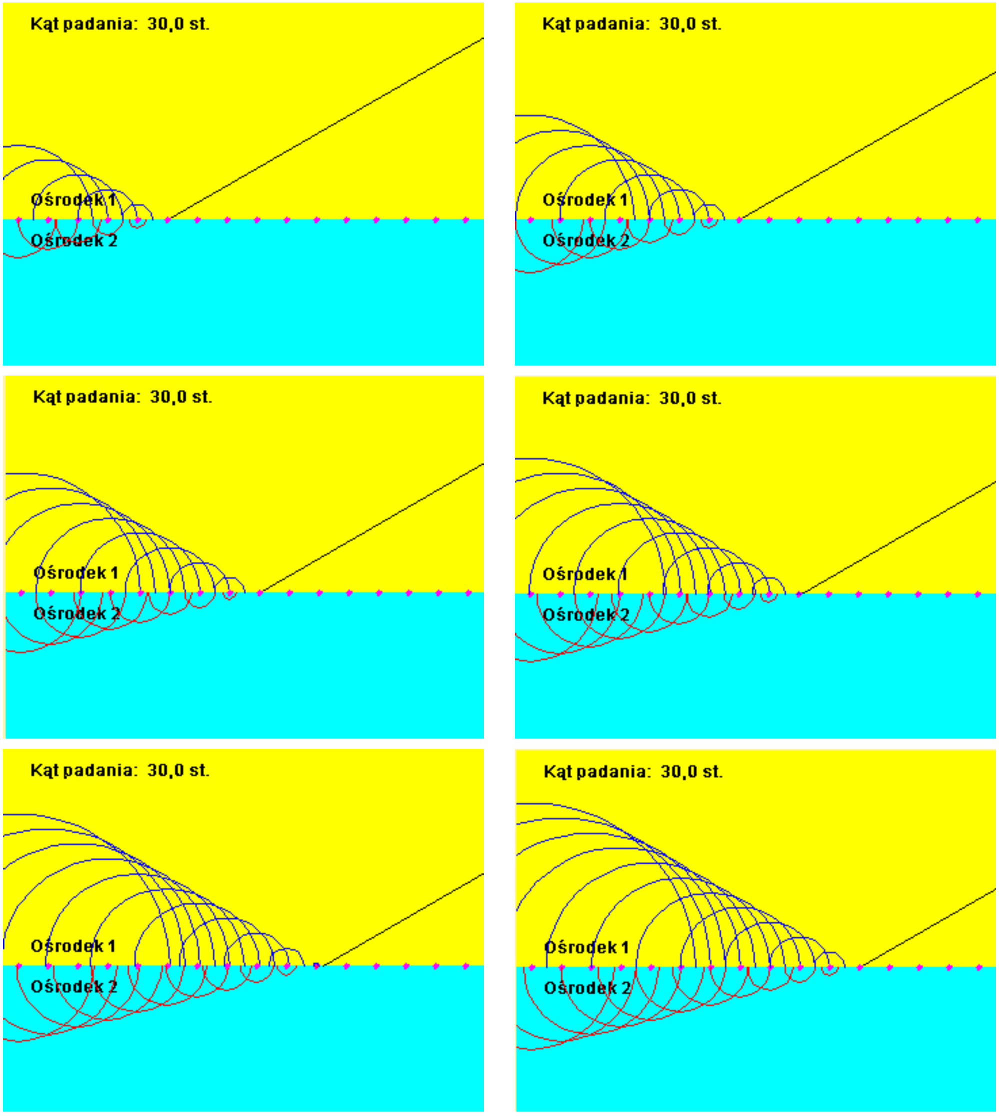
każdy punkt czoła fali staje się źródłem nowej fali kulistej; po czasie t nowe czoło fali jest powierzchnią styczną do tak powstałych fal kulistych.
Jest to tak zwana **zasada Huygensa**

Korzystając z tej zasady można ładnie wykonać konstrukcję rozchodzenia się fali płaskiej: jeżeli w danej chwili fala płaska dotarła do pewnego miejsca w przestrzeni to po czasie t trochę dalej nadal będziemy mieli falę płaską. Poniższy rysunek przedstawia tę konstrukcję. Fala płaska rozchodzi się w prawo.



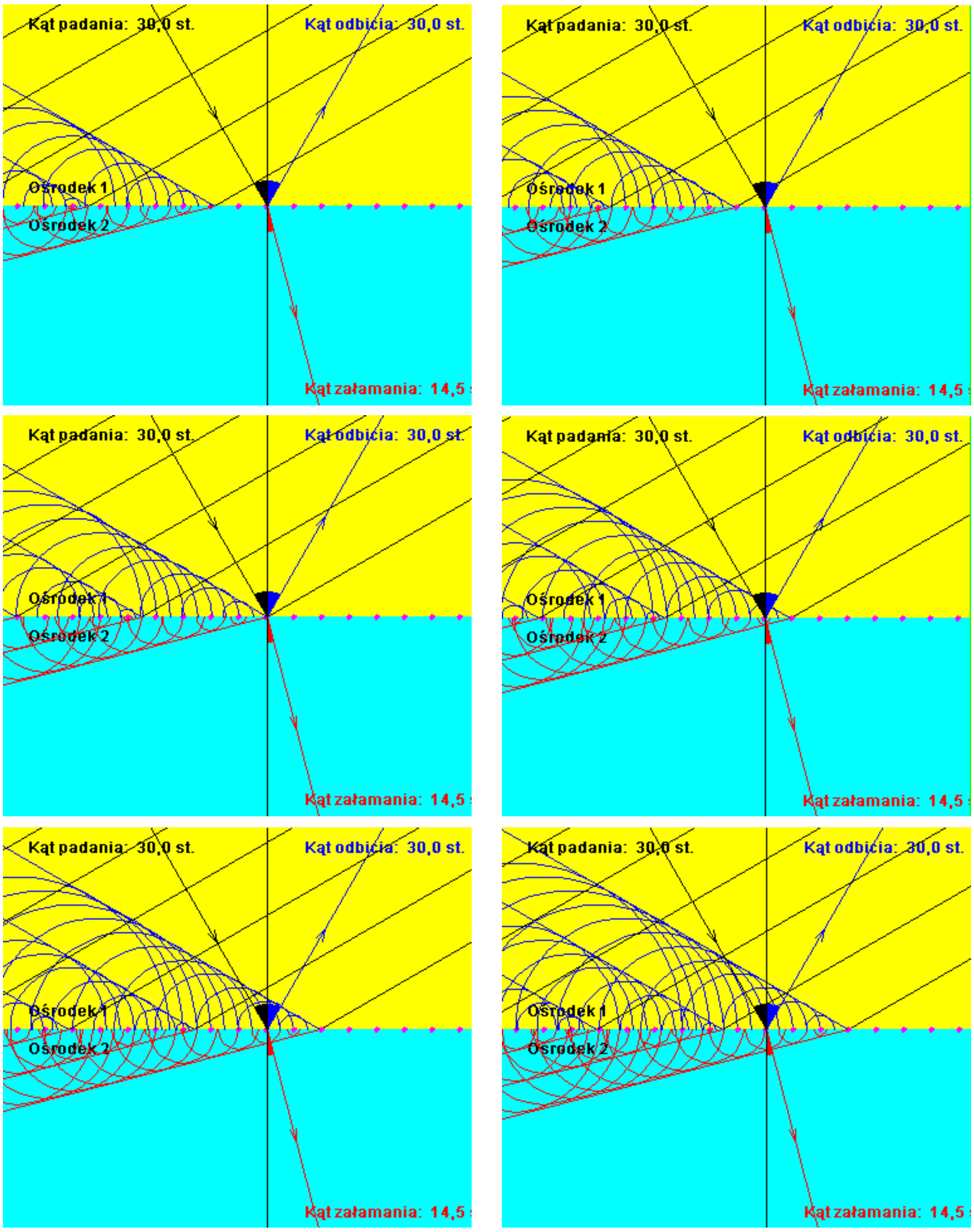
Zanim wykorzystamy tę konstrukcję do wyprowadzenia prawa odbicia i załamania należy powiedzieć kilka słów o odbiciu. Przyjmujemy tutaj, że odbicie światła jest odbiciem **zwierciadlanym**, to znaczy że nierówności powierzchni odbijającej są dużo mniejsze niż długość fali padającej. Jeżeli te nierówności byłyby porównywalne z długością fali mielibyśmy do czynienia ze zjawiskiem **rozpraszania światła**. Ponadto przyjmujemy, że sama powierzchnia odbijająca jest dużo większa od długości fali, po to aby uniknąć zjawiska **dyfrakcji**, czyli inaczej ugięcia fali, które zawsze zachodzi jeżeli obiekt, który taka fala napotka ma rozmiary porównywalne z jej długością.

Seria rysunków poniżej przedstawia konstrukcję Huygensa dla płaskiej fali, która nadbiega z ośrodka 1, pada na granicę między dwoma ośrodkami i częściowo ulega odbiciu, a częściowo przechodzi do ośrodka 2 ulegając załamaniu **(refrakcji)**.



Na ilustracjach przedstawiono tylko jedno czoło fali padającej, które przesuwając się w prawo powoduje w kolejnych punktach na granicy między ośrodkami powstawanie fal kulistych. Założono tutaj, że szybkość rozchodzenia się fali w ośrodku 2 jest mniejsza niż w ośrodku 1. Nakładające się na siebie powstałe wcześniej i kolejno później fale kuliste dają czoła fal odbitej i załamanej. Widać z tej konstrukcji wyraźnie, że kąt nachylenia czoła fali padającej do powierzchni rozgraniczającej ośrodki jest równy kątowi nachylenia czoła fali odbitej, co dowodzi równości kąta padania i kąta odbicia.

Druga seria ilustracji przedstawia to samo zjawisko, przy czym na kolejnych "klatkach filmu"przedstawiono kilka czół fali padającej, odbitej i załamanej oraz kąty padania (czarny), odbicia (niebieski) i załamania (czerwony). Przedstawiono również promienie padający, odbity i załamany.

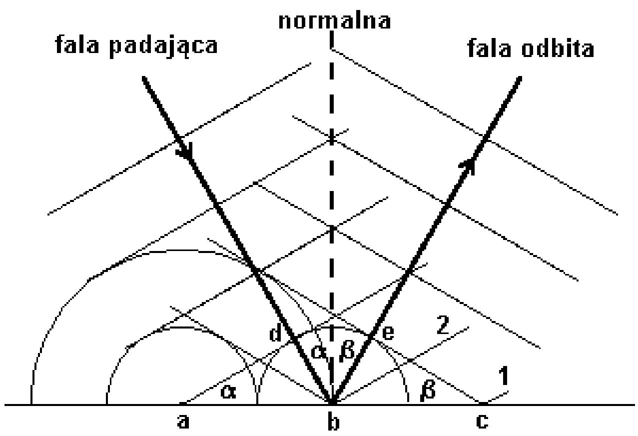

Kąt padania: 30,0 st.
Kąt odbicia: 30,0 st.
Ośrodek 1
Ośrodek 2
Kąt załamania: 14,5

3 Prawa odbicia i załamania światła

Definicja 3 *Kątem padania nazywa się kąt pomiędzy promieniem padającym a normalną do powierzchni odbijającej w punkcie, w którym pada promień.*

Definicja 4 *Kątem odbicia nazywa się kąt pomiędzy promieniem odbitym a normalną do powierzchni odbijającej w punkcie, w którym pada promień.*

Prawo odbicia: *Promień padający, odbity i normalna do powierzchni odbijającej wystawiona w punkcie padania leżą w jednej płaszczyźnie, a kąt odbicia równy jest kątowi padania.*



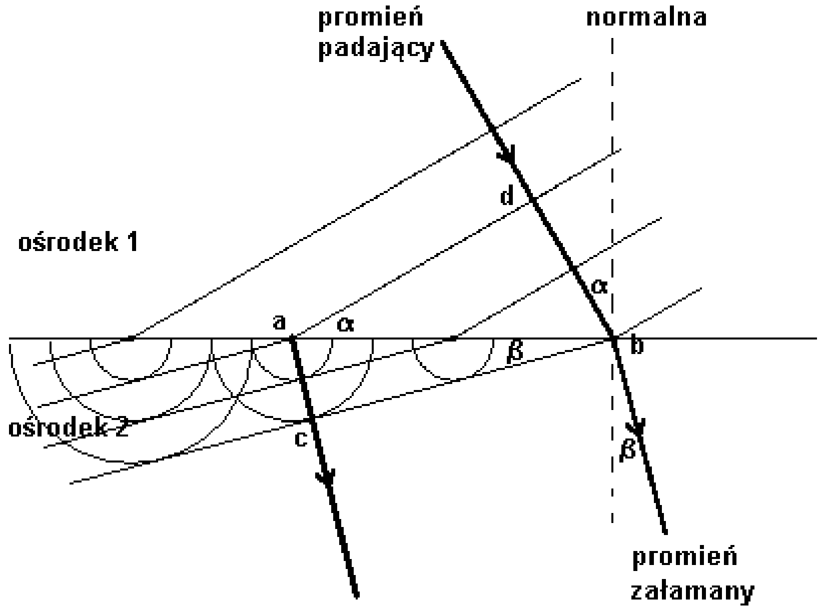
Powyższy rysunek przedstawia konstrukcję Huygensa dla odbicia fali, z której wyraźnie wynika prawo odbicia. Czoło **1** fali padającej wzbudzało kolejno w punktach **a** i **b** powierzchni odbijającej fale kuliste. Podobnie kolejne przychodzące czoła fali padającej. Tak powstałe czoła fal kulistych nakładając się na siebie utworzyły falę odbitą. Trójkąty abd i bce są przystające ponieważ mają po dwa boki równe: ab=bc oraz db=eb=λ, i są trójkątami prostokątnymi. Z tego wynika, że kąt α (kąt padania) równy jest kątowi β (kątowi odbicia). Ponieważ konstrukcja Huygensa jest konstrukcją przestrzenną, a rysunek nasz przedstawia przekrój płaski tej konstrukcji, więc trzy proste: promień padający, odbity i normalna leżą w jednej płaszczyźnie, w płaszczyźnie rysunku.

Definicja 5 *Kątem załamania nazywa się kąt pomiędzy promieniem załamanym a normalną do powierzchni w punkcie, w którym pada promień.*

Prawo załamania: *Przechodząc z ośrodka 1 do ośrodka 2 światło zmienia kierunek rozchodzenia się na granicy między tymi ośrodkami, przy czym promień padający, załamany i normalna do granicy wystawiona w punkcie* *padania leżą w jednej płaszczyźnie a między kątami padania i załamania zachodzi związek:*

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21} = const$$

Definicja 6 *Względnym współczynnikiem załamania ośrodka drugiego względem ośrodka pierwszego nazywa się stałą n_{21} występującą w prawie załamania.*



Powyżej przedstawiono konstrukcję Huygensa, z której łatwo wynika prawo załamania. Założono tutaj, że światło w ośrodku **2** rozchodzi się wolniej niż w ośrodku **1**. W celu większej wyrazistości wybrano również większe trójkąty: $\triangle abd$ i $\triangle abc$, w których $bd = 2\lambda_1$ oraz $ac = 2\lambda_2$. Są to trójkąty prostokątne, więc:

$$\frac{bd}{ab} = \sin\alpha \qquad oraz \qquad \frac{ac}{ab} = \sin\beta$$

czyli

$$\frac{2\lambda_1}{ab} = \sin\alpha \qquad oraz \qquad \frac{2\lambda_2}{ab} = \sin\beta$$

Dzieląc stronami obydwie równości otrzymujemy:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = const$$

Z powyższego dowodu widać również czemu równy jest względny współczynnik załamania ośrodka drugiego względem ośrodka pierwszego n_{21}:

$$n_{21} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Współczynnik ten można wyrazić również za pomocą szybkości rozchodzenia się fal w obydwu ośrodkach (zresztą załamanie się fali na granicy między ośrodkami jest konsekwencją różnicy szybkości światła w tych ośrodkach). Ponieważ

$$\lambda_1 = \frac{\upsilon_1}{f}$$

oraz

$$\lambda_2 = \frac{\upsilon_2}{f}$$

więc

$$n_{21} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

Definicja 7 *Bezwzględnym współczynnikiem załamania ośrodka, nazywanym również krótko współczynnikiem załamania ośrodka n nazywa się współczynnik załamania tego ośrodka względem próżni.*

$$n = \frac{c}{\upsilon}$$

Jeżeli przez n_1 oznaczymy współczynnik załamania ośrodka 1:

$$n_1 = \frac{c}{\upsilon_1} \qquad \Rightarrow \qquad \upsilon_1 = \frac{c}{n_1}$$

a przez n_2 współczynnik załamania ośrodka 2:

$$n_2 = \frac{c}{\upsilon_2} \qquad \Rightarrow \qquad \upsilon_2 = \frac{c}{n_2}$$

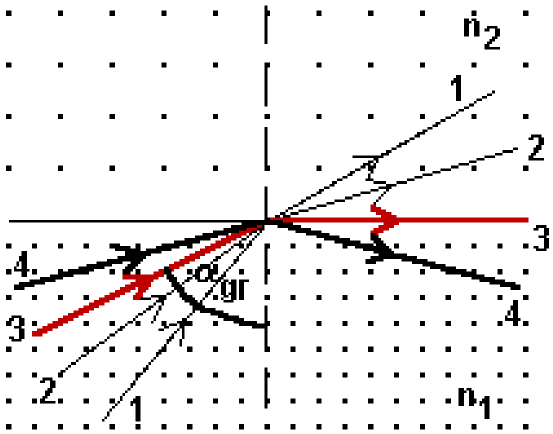
wtedy możemy wyrazić względny współczynnik załamania ośrodka drugiego względem ośrodka pierwszego poprzez bezwzględne współczynniki załamania tych ośrodków:

$$n_{21} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

4 Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia

Definicja 8 *Ośrodek 1 nazywamy optycznie gęstszym od ośrodka 2 gdy współczynnik załamania n_1 ośrodka 1 jest większy od współczynnika załamania n_2 ośrodka 2.*

Ze zjawiskiem całkowitego odbicia wewnętrznego mamy do czynienia wtedy, gdy światło przechodzi z ośrodka optycznie gęstszego do ośrodka optycznie rzadszego, a kąt padania na granicę oddzielającą obydwa ośrodki jest nie mniejszy od pewnego kąta granicznego α_{gr} charakterystycznego dla ośrodka optycznie gęstszego. Światło w takim przypadku ulega całkowitemu odbiciu od powierzchni oddzielającej obydwa ośrodki i nie wychodzi z ośrodka 1 (zobacz poniższy rysunek gdzie zakładamy, że $n_1 > n_2$).



Ponieważ dla kąta padania równego kątowi granicznemu α_{gr} kąt załamania $\beta = 90°$, więc z prawa załamania mamy:

$$\frac{\sin \alpha_{gr}}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1}$$

a więc

$$\sin \alpha_{gr} = \frac{n_2}{n_1}$$

Gdy ośrodkiem 2 jest powietrze ($n_2 \approx 1$), wtedy mamy

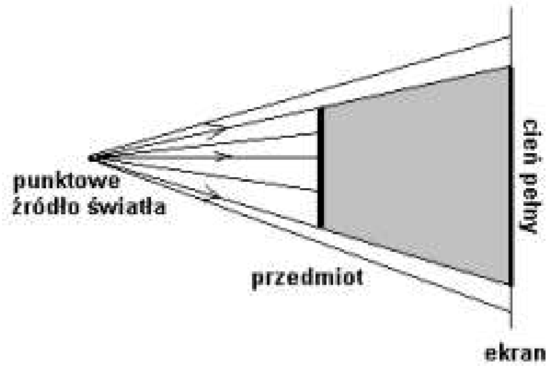
$$\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{n_1}$$

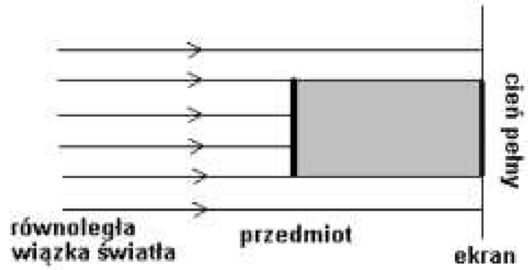
Należy podkreślić, że zjawisko całkowitego odbicia wewnętrznego może zajść tylko w takim przypadku, gdy światło wchodzi z ośrodka optycznie gęstszego do ośrodka optycznie rzadszego. Zjawisko to znajduje zastosowanie w działaniu światłowodów.

5 Cień i półcień

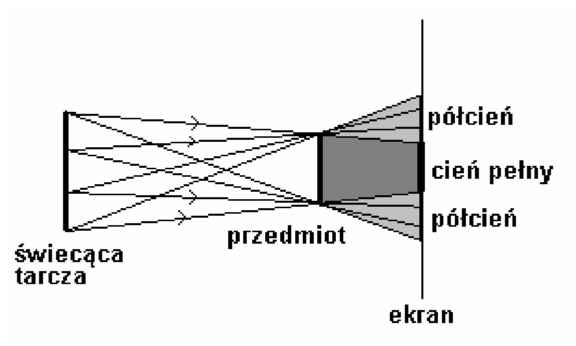
W optyce geometrycznej, gdzie zakłada się że wielkość obiektów jest duża w porównaniu z długością fali świetlnej, a granice obiektów charakteryzują się małymi w porównaniu do długości fali świetlnej nierównościami nie uwzględnia się takich efektów jak dyfrakcja, interferencja czy rozpraszanie. Falę świetlną reprezentują promienie świetlne, które utożsamiamy z kierunkiem rozchodzenia się światła. Jeżeli ośrodek, w którym fala się rozchodzi jest **optycznie jednorodny**, to znaczy współczynnik załamania światła jest stały w całym ośrodku, wtedy światło rozchodzi się wzdłuż linii prostych. Gdy na drodze strumienia światła pojawia się ciało nieprzeźroczyste lub częściowo przeźroczyste wtedy na ekranie umieszczonym za przedmiotem powstaje cień.

Gdy źródło światła jest źródłem punktowym lub gdy przedmiot oświetlimy równoległa wiązką światła, wtedy cień jest cieniem pełnym. Jest to obszar ekranu, do którego nie dociera światło ze źródła w przypadku przedmiotu nieprzeźroczystego. (zob. rysunek poniżej).





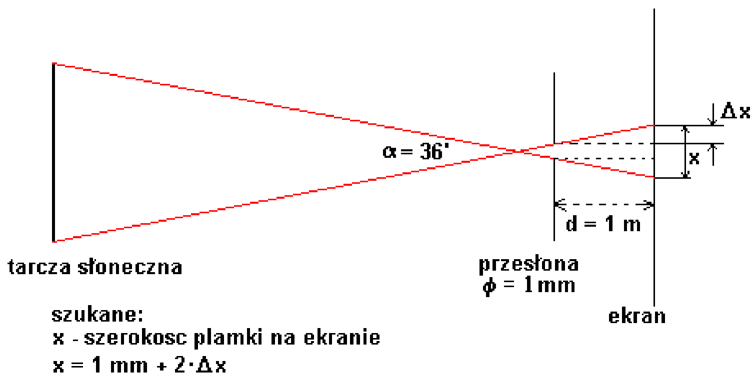
Jeżeli źródło światła jest rozciągłe wtedy oprócz cienia przedmiotu na ekranie pojawiają się półcienie, czyli takie obszary, do których dociera tylko część światła ze źródła. Powodem powstawania półcieni jest to, że rozciągłe źródło jest zbiorem źródeł punktowych, które oświetlają przedmiot z różnych położeń więc cienie pełne pochodzące od każdego ze świecących punktów źródła nie pokrywają się (zob. rysunek poniżej).



Zadanie 1 - szerokość kątowa obiektu

Definicja 9 *Szerokość kątowa obiektu jest to kąt pomiędzy dwoma promieniami wychodzącymi ze skrajnych punktów obiektu i przecinającymi się w punkcie obserwacji*

Tarcza słoneczna ma szerokość kątową 36'. W odległości 1 m za przesłoną o średnicy 1mm umieszczono ekran. Jaką szerokość będzie miała plamka świetlna powstała na ekranie jeżeli przesłona i ekran są do siebie równoległe, a środki plamki, otworu w przesłonie i tarczy słonecznej znajdują się na jednej prostej?



$$\frac{\Delta x}{d} = \tan 18'$$

$$\Delta x = d \cdot \tan 18'$$

$$\Delta x = 1000 \cdot 0,005236\ mm$$

$$\Delta x = 5,236\ mm$$

Ostatecznie

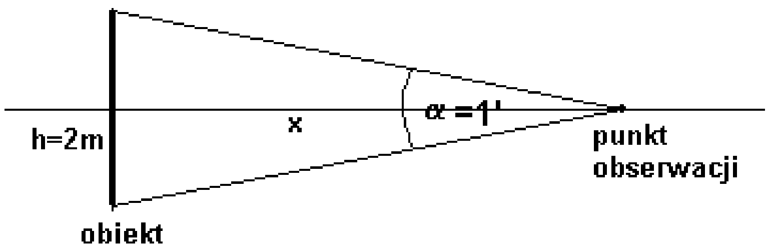
$$x = (1 + 2 \cdot 5,236)\ mm = 11,472\ mm \approx 11,5\ mm$$

Średnica plamki świetlnej na ekranie będzie więc wynosić około 11,5 mm.

Zadanie 2 - zdolność rozdzielcza

Definicja 10 *Zdolnością rozdzielczą przyrządu optycznego (oka, obiektywu, teleskopu, i.t.p) nazywa się minimalną odległość kątową dwóch różnych punktów, dla której jeszcze te dwa punkty przyrząd "widzi" jako oddzielne. Gdy odległość kątowa dwóch różnych punktów jest mniejsza niż zdolność rozdzielcza przyrządu, to punkty te nie są przez przyrząd odróżniane, zlewają się w jeden punkt. (Przy tak określonej zdolności rozdzielczej nie bierze się pod uwagę własności falowych światła i związanych z nimi efektów dyfrakcji)*

Zdolność rozdzielcza oka ludzkiego wynosi około 1'. Jaka jest największa odległość, z której widoczny będzie jeszcze gołym okiem obiekt o wymiarach 2m ?



x jest maksymalną odległością od punktu obserwacji, przy której odległość kątowa między końcami obiektu o rozmiarach 2m wynosi 1'. Z rysunku widać, że x musi spełniać związek:

$$\frac{1\,m}{x} = \tan 30''$$

stąd

$$x = \frac{1\,m}{\tan 30''} = \frac{1\,m}{1,45 \cdot 10^{-4}} \approx 6900\,m$$

Maksymalna odległość, przy której oko ludzkie jest jeszcze w stanie rozróżniać obiekty o rozmiarach 2 m wynosi około 6900 m.

Zadania do rozwiązania

Zadanie 1 *Promień światła monochromatycznego pada na powierzchnię wody pod kątem 40°. Oblicz:*

1. *kąt załamania promienia w wodzie*
2. *kąt między promieniem odbitym a załamanym*
3. *szybkość światła w wodzie.*

Współczynnik załamania wody: $n_w = \frac{4}{3}$

Zadanie 2 *Bezwzględny współczynnik załamania światła dla diamentu wynosi* $n = 2,4$. *Jaką prędkość ma światło w tym ośrodku? Prędkość światła w próżni* $c \approx 299792\frac{km}{s}$.

Zadanie 3 *Prędkość światła w wodzie o temperaturze* $0°C$ *wynosi* $v_1 = 224677,73\frac{km}{s}$, *a w temperaturze* $100°C$ *jest większa i wynosi* $v_2 = 227354,56\ \frac{km}{s}$. *W którym przypadku bezwzględny współczynnik załamania światła jest większy i o ile? Prędkość światła w próżni* $c \approx 299792\frac{km}{s}$.

Zadanie 4 *Częstotliwość fali świetlnej wynosi* $f = 5 \cdot 10^{14} Hz$. *Jaka jest długość tej fali w szkle o współczynniku załamania* $n = 1,51$? *Prędkość światła w próżni* $c \approx 299792\frac{km}{s}$.

Zadanie 5 *Wyznacz kąt załamania promienia świetlnego przechodzącego ze szkła do wody. Kąt padania wynosi* $\alpha = 45°$, *a bezwzględne współczynniki załamania dla szkła* $n_{sz} = 1,55$ *i dla wody* $n_w = 1,33$.

Zadanie 6 *Promień światła monochromatycznego pada pod kątem 30° na płasko-równoległościenną płytkę szklaną o grubości 3 cm. Ile wynosi przesunięcie promienia w płytce?*

Zadanie 7 *Promień świetlny pada na szybę pod kątem* $\alpha = 30°$. *Jaki kąt utworzy promień odbity od szyby z promieniem, który przeszedł przez szybę?*

Zadanie 8 *Na płytkę szklaną o współczynniku załamania 1,55 pada promień świetlny. Promień odbity od płytki jest prostopadły do promienia załamanego. Ile wynosi kąt padania?*

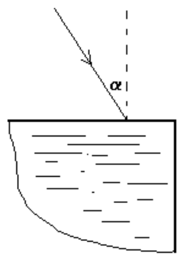
Zadanie 9 *Dwie stykające się brzegami szyby tworzą ze sobą kąt 90°. Na jedną z szyb pada promień świetlny pod kątem* $\alpha = 10°$. *Wyznacz kąt odbicia promienia od drugiej szyby.*

Zadanie 10 *Na stole leży szklana płytka o grubości 20 mm. Pod płytką jest gazeta. Na jakiej głębokości pod powierzchnią płytki widzimy druk, patrząc pionowo w dół? Współczynnik załamania dla szkła wynosi 1,52*

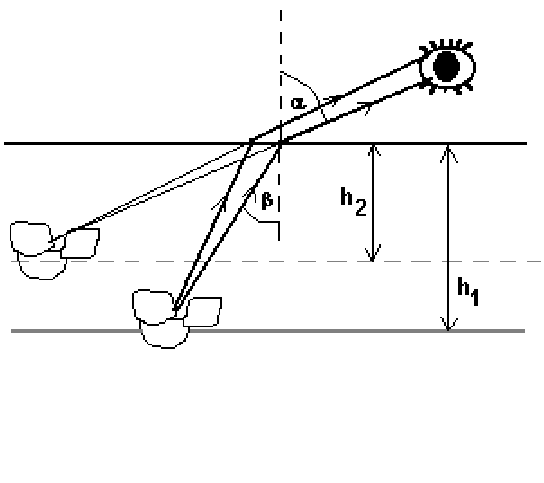
Zadanie 11 *Promień białego światła pada na szklaną płytkę pod kątem 60°. Ile wynosi rozpiętość kątowa załamanej wiązki światła? Współczynniki załamania promieni fioletowych i czerwonych dla szkła wynoszą:*
$n_f = 1,53, \quad n_{cz} = 1,51.$

Zadanie 12 *Wiązka równoległych promieni żółtego światła pada na powierzchnię wody pod kątem 60°. Szerokość wiązki w powietrzu wynosi 10 cm. Oblicz szerokość wiązki w wodzie. Czy w tych samych warunkach wiązki promieni fioletowych i czerwonych miałyby w wodzie szerokość taką, jak wiązka żółta? Uzasadnij odpowiedź.*

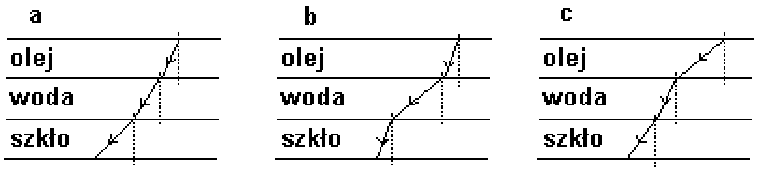
Zadanie 13 *Na brzeg szklanego prostopadłościanu o współczynniku załamania n pada promień światła (zob. rysunek). Pod jakim kątem α powinien padać promień, aby na ścianie pionowej nastąpiło całkowite wewnętrzne odbicie?*



Zadanie 14 *Na dnie jeziora, na głębokości $h_1 = 2m$, leży muszelka. Korzystając z rysunku, oblicz, o ile różni się rzeczywista głębokość, na której znajduje się muszelka, od głębokości dostrzeganej przez obserwatora patrzącego pod kątem $\alpha = 30°$. Współczynnik załamania wody względem powietrza wynosi $n = 1,33$.*



Zadanie 15 *Na dnie szklanego naczynia znajduje się warstwa wody, a na niej warstwa oleju. Który z przypadków przedstawionych na rysunku poprawnie ilustruje bieg promienia świetlnego przez te trzy przezroczyste warstwy? Bezwzględne współczynniki załamania światła wynoszą odpowiednio* $n_{sz} = 1,55, \quad n_w = 1,33, \quad n_{ol} = 1,6.$



Zadanie 16 *Pod jakim kątem należałoby skierować promień na ścianę pryzmatu, aby nie wyszedł on poza pryzmat, lecz biegł wzdłuż jego przeciwległej ściany? Kąt łamiący pryzmatu wynosi 60°, a współczynnik załamania materiału, z którego wykonano pryzmat, n=1,75.*

Zadanie 17 *Nurek pracujący w basenie portowym ustawił latarkę tak, że krańcowe promienie smugi światła tworzyły z powierzchnią wody kąty:* $\varphi_1 = 48°$ *i* $\varphi_2 = 38°$. *Co można powiedzieć o dalszym biegu światła z latarki? Współczynnik załamania światła dla wody względem powietrza przyjmij n = 1,33.*

Rozwiązanie zadania 13
Z warunku całkowitego odbicia wewnętrznego wynika, że

$$\sin\gamma = \frac{1}{n}$$

Ponieważ $\gamma = 90^\circ - \beta$, więc

$$\sin\gamma = \sin(90^\circ - \beta) = \cos\beta$$

czyli

$$\cos\beta = \frac{1}{n}$$

Z jedynki trygonometrycznej mamy

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta}$$

zaś z prawa załamania

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

więc

$$\cos\beta = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

Ostatecznie

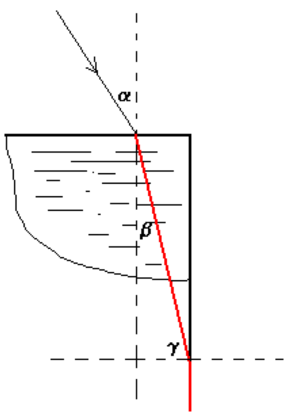
$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

więc

$$1 = \sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

Tak więc kąt α pod jakim powinien padać promień światła na brzeg szklanego prostopadłościanu nie może być większy od kąta, który spełnia równanie:

$$\sin\alpha = \sqrt{n^2-1}$$

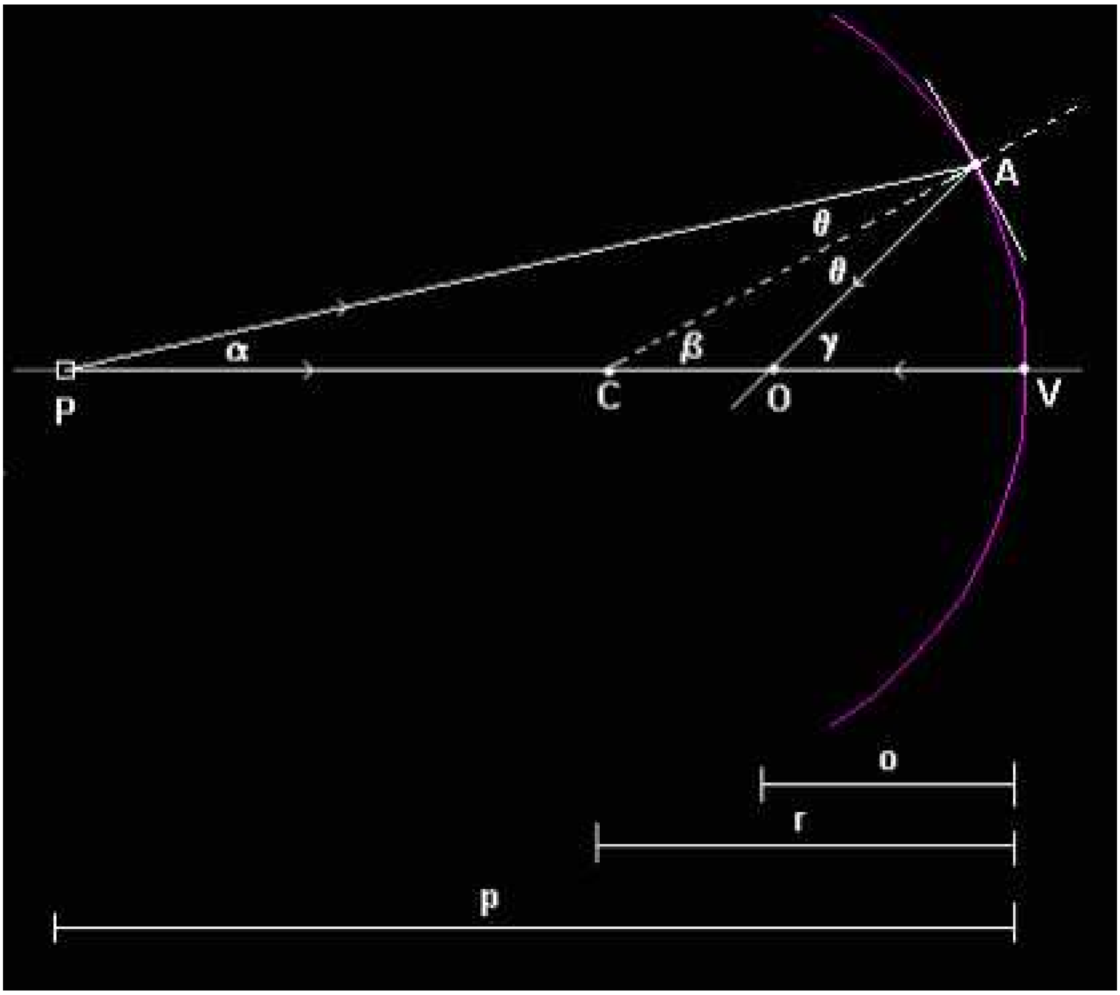


6 Zwierciadła kuliste (sferyczne)

6.1 Równanie zwierciadła

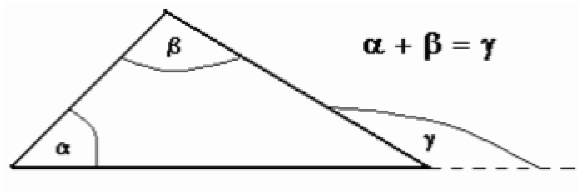
Zwierciadło sferyczne jest to wycinek sfery. Jeżeli powierzchnia odbijająca jest od strony wewnętrznej sfery to zwierciadło nazywamy **wklęsłym (skupiającym)**, a jeżeli powierzchnia odbijająca znajduje się od strony zewnętrznej, to takie zwierciadło nazywamy **wypukłym (rozpraszającym)**. Promień sfery R, z której wycięto zwierciadło nazywa się **promieniem krzywizny zwierciadła**, a środek tej sfery **środkiem krzywizny zwierciadła**. Prosta przechodząca przez środek zwierciadła, zwany **punktem wierzchołkowym**, i przez środek krzywizny zwierciadła nazywa się **osią optyczną zwierciadła**.

Równanie zwierciadła pozwala nam wyznaczyć położenie obrazu powstającego w zwierciadle w zależności od położenia przedmiotu. Położenia przedmiotu i obrazu określamy względem zwierciadła. Do wyprowadzenia równania zwierciadła posłużymy się szkicem przedstawionym na poniższym rysunku. Wyprowadzimy równanie dla zwierciadła wklęsłego, ale będzie ono obowiązywać również dla zwierciadła wypukłego.



P - przedmiot; punktowe źródło światła
O - obraz P
C - środek krzywizny zwierciadła
V - punkt wierzchołkowy
PA - dowolnie wybrany promień padający
AO - promień odbity
CA - normalna do powierzchni zwierciadła wystawiona w punkcie padania promienia na zwierciadło
θ - kąt padania promienia PA
PV - oś optyczna, wzdłuż której biegnie drugi z wybranych promieni padających na zwierciadło i jednocześnie jest to promień odbity (gdyż promień padający biegnie wzdłuż normalnej CV).
p - **odległość przedmiotowa** (odległość przedmiotu od punktu wierzchołkowego)
o - **odległość obrazowa** (odległość obrazu od punktu wierzchołkowego)
r - promień krzywizny zwierciadła

Do trójkątów PAC i PAO zastosujemy twierdzenie znane z geometrii, mówiące że *kąt zewnętrzny w trójkącie równy jest sumie dwu przeciwległych kątów wewnętrznych* (por. poniższy rysunek).



Na podstawie tego twierdzenia mamy

$$\alpha + \theta = \beta$$

$$\alpha + 2\theta = \gamma$$

Pierwsze równanie mnożymy przez 2

$$2\alpha + 2\theta = 2\beta$$

i od wyniku odejmujemy drugie równanie

$$2\alpha + 2\theta - (\alpha + 2\theta) = 2\beta - \gamma$$

otrzymując

$$\alpha = 2\beta - \gamma$$

a po przekształceniu

$$\alpha + \gamma = 2\beta$$

Jeżeli spośród promieni wychodzących z punktu P i padających na zwierciadło wybierzemy tylko te biegnące blisko osi optycznej (sposobem na to jest zastosowanie przesłony z małym otworem, którą umieszczamy pomiędzy przedmiotem P i zwierciadłem, tak aby środek otworu znajdował się na osi optycznej) wtedy kąty α, γ *i* β będą małe. Gdy ten warunek jest spełniony można napisać, że

$$\alpha \approx \frac{AV}{PV} = \frac{AV}{p}$$

$$\gamma \approx \frac{AV}{OV} = \frac{AV}{o}$$

$$\beta = \frac{AV}{CV} = \frac{AV}{r}$$

Podstawiamy otrzymane wyrażenia na kąty do ostatniego związku między kątami $\alpha, \gamma\ i\ \beta$ otrzymując

$$\frac{AV}{p} + \frac{AV}{o} = 2 \cdot \frac{AV}{r}$$

Dzielimy obydwie strony równania przez AV i dostajemy

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{2}{r}$$

Równanie powyższe jak widać nie zależy od kątów, czyli od wybranych promieni padających. Jedynym ograniczeniem jest uczynione założenie, że mają to być promienie przyosiowe czyli takie, które leżą blisko osi optycznej, tak aby kąty $\alpha, \gamma\ i\ \beta$ były małe. Położenie p przedmiotu również zostało wybrane dowolnie. Możemy więc wybrać je tak aby przedmiot był położony w bardzo dużej odległości od zwierciadła. Oznacza to, że promienie padające na zwierciadło są do siebie i do osi optycznej równoległe oraz $p = \infty$. Wtedy powyższe równanie przyjmuje postać

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{o} = \frac{2}{r}$$

czyli

$$\frac{1}{o} = \frac{2}{r}$$

Promienie równoległe skupiają się w punkcie $O = F$, zwanym **ogniskiem**, a odległość obrazowa o tego punktu nazywa się **ogniskową zwierciadła** i oznaczana jest przez f. Mamy więc

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

czyli

$$f = \frac{r}{2}$$

Ogniskowa f równa jest połowie promienia krzywizny zwierciadła. Ostatecznie równanie zwierciadła można napisać w postaci

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{1}{f}$$

Jak już wspomniano wyżej równanie to obowiązuje również dla zwierciadeł wypukłych oraz dla dowolnego położenia przedmiotu względem zwierciadła. Bardzo ważne jest w związku z tym przestrzeganie ustalonej reguły co do znaków odległości przedmiotowej, obrazowej, ogniskowej i promienia krzywizny. Obrazy powstające w zwierciadłach mogą być **rzeczywiste** lub **pozorne**. Zależy to od położenia przedmiotu względem zwierciadła. W zależności od tego różne będą również znaki odległości obrazowej. Obraz jest **rzeczywisty** jeżeli powstaje po tej samej stronie zwierciadła co przedmiot i energia świetlna rzeczywiście dociera do obszaru obrazu. Gdy obraz leży po przeciwnej stronie zwierciadła, wtedy tylko wydaje się, że światło osiąga jego obszar i obraz ten będzie **pozorny**.

Reguła znaków:

1. *Odległość przedmiotową* przedmiotu rzeczywistego przyjmuje się jako dodatnią.

2. *Odległość obrazową* przyjmuje się jako dodatnią dla obrazu rzeczywistego i jako ujemną dla obrazu pozornego.

3. *Ogniskowa* jest dodatnia dla zwierciadeł skupiających i ujemna dla zwierciadeł rozpraszających.

4. *Promień krzywizny* zwierciadła jest tak jak ogniskowa dodatni dla zwierciadeł wklęsłych i ujemny dla zwierciadeł wypukłych.

Ciekawe jest to, że równanie dla zwierciadeł sferycznych można zastosować również do **zwierciadła płaskiego**. Dla zwierciadła płaskiego promień krzywizny jest nieskończony, $R = \infty$ więc również ogniskowa $f = \infty$. Stąd mamy

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{1}{\infty}$$

czyli

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = 0$$

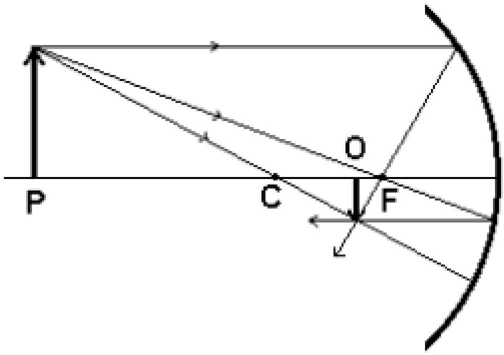
więc

$$p = -o$$

co oznacza, że zwierciadła płaskie tworzą obrazy pozorne (ujemna odległość obrazowa o) położone symetrycznie względem zwierciadła w stosunku do przedmiotu.

6.2 Konstrukcja graficzna obrazu

Odległość przedmiotowa jest większa od promienia krzywizny zwierciadła wklęsłego.



Z wierzchołka strzałki wykreśla się następujące trzy promienie:

- promień równoległy do osi optycznej, który po odbiciu przechodzi przez ognisko F - *promień równoległy*

- promień przechodzący przez środek krzywizny C zwierciadła, pada on na powierzchnię zwierciadła po normalnej i zostaje odbity z powrotem wzdłuż tego samego kierunku - *promień główny*

- promień przechodzący przez ognisko F, zostaje on odbity równolegle do osi optycznej - *promień ogniskowy*

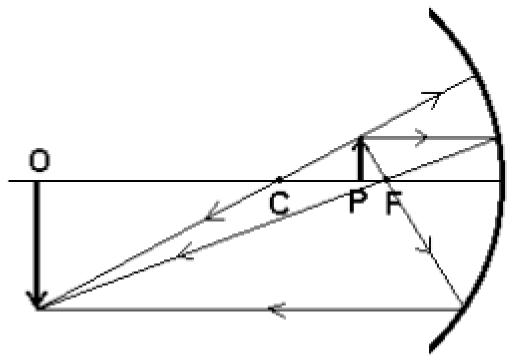
W praktyce, ponieważ przecięcie się którychkolwiek dwóch promieni określa położenie punktu w przestrzeni, tylko dwa spośród tych trzech promieni są konieczne do wykreślenia. Obserwowany obraz jest:

- `rzeczywisty`

- `odwrócony`

- `pomniejszony`

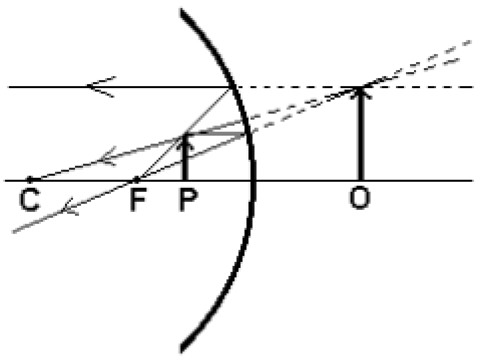
Przedmiot znajduje się pomiędzy środkiem krzywizny a ogniskiem



Obserwowany obraz jest:

- `rzeczywisty`
- `odwrócony`
- `powiększony`

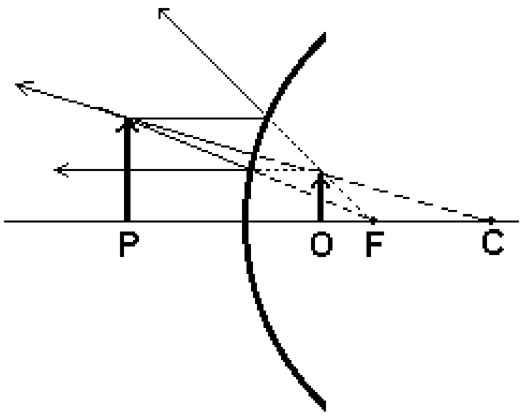
Przedmiot znajduje się pomiędzy ogniskiem a zwierciadłem



Odbite promienie nie przecinają się. Przecinają się tylko ich przedłużenia poza zwierciadło. Powstaje obraz:

- `pozorny`
- `prosty`
- `powiększony`

Przypadek zwierciadła wypukłego



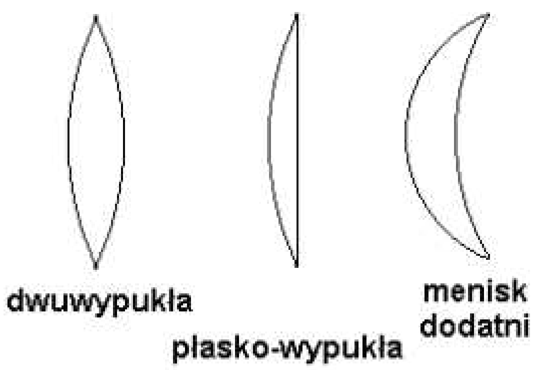
Powstaje obraz

- `pozorny`
- `prosty`
- `pomniejszony`

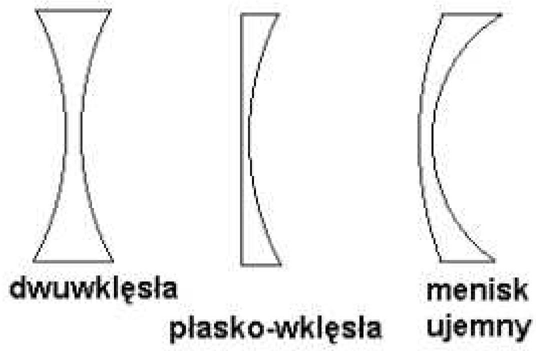
7 Soczewki cienkie

Wyróżnia się zasadniczo dwie klasy soczewek w zależności od tego czy z wiązki równoległej czynią one zbieżną, czy też rozbieżną wiązkę światła.

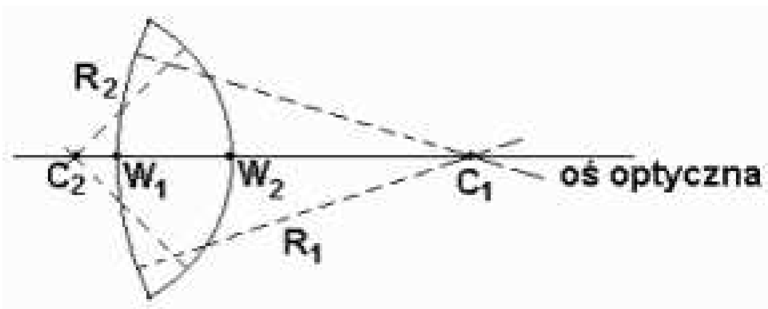
Soczewki skupiające (dodatnie)



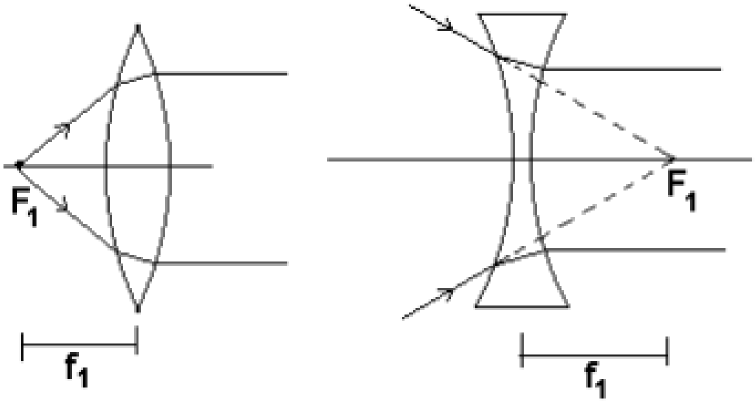
Soczewki rozpraszające (ujemne)



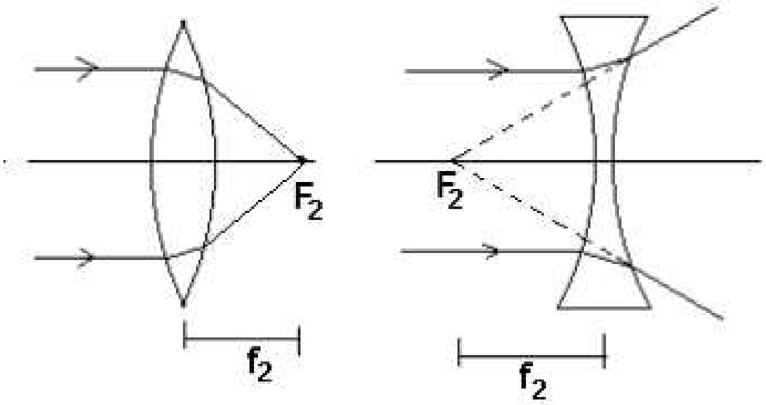
Każda z powierzchni sferycznych soczewki może mieć swój własny promień krzywizny R_1, R_2 i środek krzywizny C_1 i C_2 odpowiednio. Punkty, w których oś optyczna przecina powierzchnie sferyczne nazywa się punktami wierzchołkowymi.



Gdy wiązka światła wychodzi z **ogniska** i pada na powierzchnię wypukłą, powierzchnia ta sprawia, że wiązka staje się równoległa. Ognisko to nazywane jest **pierwotnym**, **pierwszym** lub **przedmiotowym** $\mathbf{F_1}$. W przypadku powierzchni wklęsłej wiązka zbiega się w **pozornym ognisku przedmiotowym**; w kierunku powierzchni wklęsłej biegnie wiązka zbieżna, a po przejściu przez soczewkę po załamaniu wychodzi wiązka równoległa. Odległość ogniska przedmiotowego od płaszczyzny stycznej do punktu wierzchołkowego, lub w przypadku soczewek cienkich odległość tego ogniska od środka soczewki nazywa się **pierwszą ogniskową** $\mathbf{f_1}$.



Jeżeli zaś równoległa wiązka światła pada na wypukłą powierzchnię załamującą, po przejściu przez soczewkę będzie zbiegać się w kierunku **wtórnego**, **drugiego** lub **obrazowego ogniska $\mathbf{F_2}$**. W przypadku soczewki wklęsłej wiązka równoległa rozbiega się, natomiast przedłużenia promieni wiązki rozbieżnej skupiają się w **pozornym ognisku obrazowym**. Odległość ogniska obrazowego od płaszczyzny stycznej do punktu wierzchołkowego, lub w przypadku soczewek cienkich odległość tego ogniska od środka soczewki nazywa się **drugą ogniskową $\mathbf{f_2}$**.



7.1 Równanie soczewki

Podobnie jak dla zwierciadeł można wyprowadzić związek między położeniem przedmiotu i obrazu względem soczewki. Formalnie związek ten jest identyczny dla soczewek cienkich. Jedynie ogniskowa zależy w przypadku soczewek nie tylko od ich geometrii, ale jest uzależniona również od materiału, z którego soczewki są zrobione. Tak więc równanie soczewki ma postać

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{o} = \frac{1}{f}$$

gdzie

$$\frac{1}{f} = (n_1 - n_2)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$

gdzie n_1 - współczynnik załamania materiału, z którego wykonana jest soczewka, n_2 - współczynnik załamania otoczenia soczewki, R_1 i R_2 - promienie krzywizny powierzchni soczewki. Jeżeli otoczeniem soczewki jest powietrze, wtedy

$$\frac{1}{f} = (n_1 - 1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$

Ponadto, jeżeli soczewka jest symetryczna, to znaczy obydwie powierzchnie sferyczne mają jednakowe promienie krzywizny R, wtedy

$$\frac{1}{f} = (n_1 - 1)\frac{2}{R}$$

i jak widać, od wyrażenia na ogniskową zwierciadła różni się o czynnik związany z materiałem, z którego wykonana jest soczewka, czyli o współczynnik załamania światła.

Dla soczewek definiuje się, oprócz ogniskowej, wielkość związaną z ogniskową i ośrodkiem, w którym znajduje się soczewka, a charakteryzującą zdolność soczewki do zmiany stopnia zbieżności lub rozbieżności wiązki światła.

Definicja 11 *Moc optyczną P, (zdolność skupiającą, zdolność zbierającą) soczewki definiuje się jako stosunek współczynnika załamania ośrodka do ogniskowej (wyrażonej w metrach).*

$$P = \frac{n}{f}$$

Jednostką mocy optycznej jest ***dioptria*** *oznaczana D.*

$$D = \frac{1}{m}$$

Łącząc ze sobą dwie cienkie soczewki o zdolnościach skupiających D_1 i D_2 otrzymujemy układ, którego zdolność skupiająca wynosi

$$D_{ukl} = D_1 + D_2$$

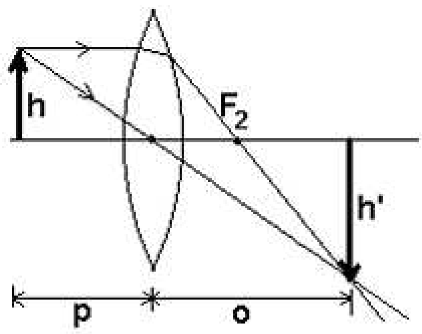
Definicja 12 *Poprzeczne powiększenie liniowe M (krótko: powiększenie) jest to stosunek rozmiaru obrazu h' do rozmiaru przedmiotu h:*

$$M = \frac{h'}{h}$$

Korzystając z faktu podobieństwa trójkątów (zob. poniższy rysunek) łatwo można pokazać, że

$$M = \frac{o}{p}$$

gdzie o - odległość przedmiotowa, p - odległość obrazowa.



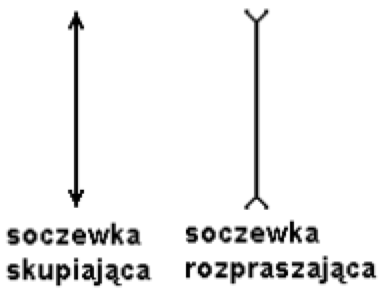
Reguła znaków

Tak jak w przypadku zwierciadeł bardzo ważne jest przestrzeganie reguły dotyczącej znaków. Zresztą reguły te są identyczne poza niezbędną modyfikacją wynikającą z faktu, że światło napotyka powierzchnie załamujące, a nie odbijające jak było w przypadku zwierciadeł.

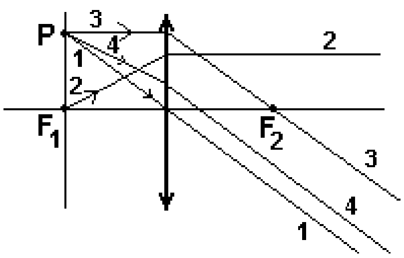
1. *Odległość przedmiotową* przedmiotu rzeczywistego przyjmuje się jako dodatnią.
2. *Odległość obrazową* przyjmuje się jako dodatnią dla obrazu rzeczywistego i jako ujemną dla obrazu pozornego.
3. *Ogniskowa* jest dodatnia dla soczewek skupiających i ujemna dla soczewek rozpraszających.
4. Przyjmuje się, że wszystkie powierzchnie *wypukłe*, patrząc od strony ośrodka rzadszego w kierunku gęstszego, bez względu na kierunek rozchodzenia się światła, mają *dodatnie promienie krzywizny.* Wszystkie powierzchnie *wklęsłe* mają *promienie krzywizny ujemne.*

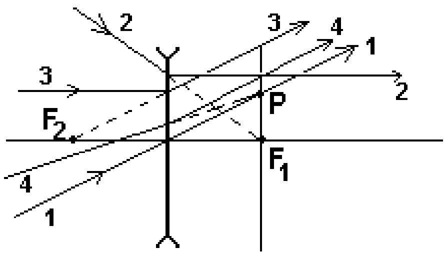
7.2 Konstrukcja obrazów w soczewkach

W konstrukcji obrazów powstających w soczewkach cienkich posługujemy się następującymi symbolami soczewek:



W konstrukcji korzystamy z kilku promieni, których bieg jest łatwo wykreślić, jeśli znamy położenie ognisk soczewki. Są to: **promień główny (1)** - promień przechodzący przez środek soczewki i biegnący bez załamania, **promień ogniskowy (2)** - promień wychodzący z ogniska przedmiotowego i biegnący po przejściu przez soczewkę równolegle do osi optycznej oraz **promień równoległy (3)** - promień biegnący równolegle do osi optycznej i po załamaniu przechodzi przez ognisko obrazowe. Ponadto każdy promień **(4)** wychodzący z dowolnego punktu P leżącego w płaszczyźnie ogniskowej ogniska przedmiotowego (jest to płaszczyzna prostopadła do osi optycznej i przechodząca przez ognisko) po przejściu przez soczewkę biegnie równolegle do promienia głównego wychodzącego z punktu P.

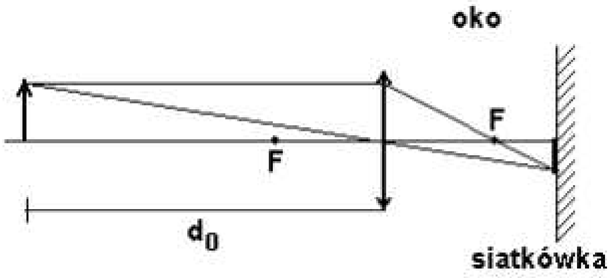




7.3 Przyrządy optyczne

7.3.1 Oko

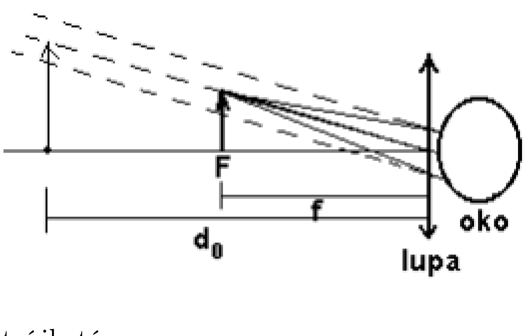
Normalne oko ludzkie jest w stanie tworzyć na siatkówce ostry obraz przedmiotu P, jeśli przedmiot ten jest umieszczony gdziekolwiek pomiędzy nieskończonością (na przykład gwiazdy) a pewnym punktem nazywanym **punktem bliskim** P_n, który jak się przyjmuje, znajduje się około 25 cm od oka. Jeśli przedmiot przysunie się bliżej niż P_n, obraz na siatkówce staje się rozmazany. Odległość $d_0 = 25\ cm$ nazywa się też odległością **dobrego widzenia**.



Dalekowzroczność
Jeżeli dla odległości dobrego widzenia, z pewnych powodów, obraz powstaje za siatkówką mówimy o oku dalekowzrocznym. Rozwiązaniem jest oddalenie przedmiotu od oka na odległość $d_1 > d_0$ lub umieszczenie przed okiem szkieł skupiających o tak dobranej ogniskowej aby obraz powstawał dokładnie na siatkówce.
Krótkowzroczność
Jeżeli zachodzi przypadek, dla którego obraz przedmiotu umieszczonego w odległości dobrego widzenia powstaje przed siatkówką mówimy wtedy o krótkowzroczności. I znowu rozwiązania są dwa; albo zbliżamy przedmiot na odległość $d_2 < d_0$ albo zakładamy okulary o szkłach rozpraszających o odpowiednio dobranej ogniskowej.

7.3.2 Lupa

Lupa jest przyrządem optycznym pozwalającym uzyskać kilkakrotne powiększenie obrazu w stosunku do wymiarów liniowych przedmiotu. W tym celu przedmiot umieszczamy w ognisku przedmiotowym lupy a lupę maksymalnie zbliżamy do oka. Wtedy promienie przychodzące do oka wydają się przychodzić z nieskończoności, a oko pozornie widzi przedmiot tak, jak gdyby znajdował się w odległości dobrego widzenia.



Z podobieństwa trójkątów mamy

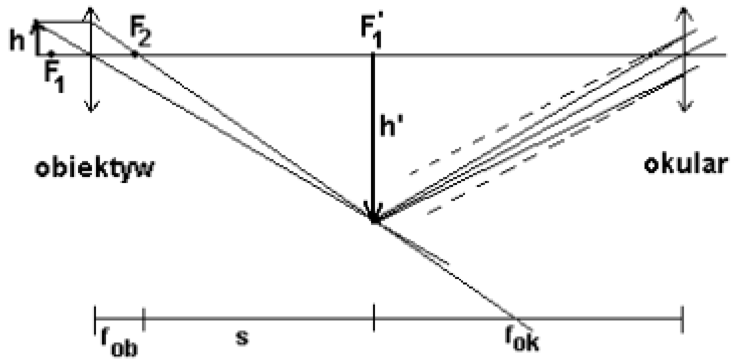
$$\frac{h'}{d_0} = \frac{h}{f}$$

czyli powiększenie M lupy jest równe

$$M = \frac{h'}{h} = \frac{d_0}{f}$$

7.3.3 Mikroskop

Mikroskop pozwala otrzymywać znacznie większe powiększenia rzędu 1000 razy. Jest on układem złożonym z dwu optycznych części składowych: obiektywu i okularu. Przedmiot umieszcza się tuż przed ogniskiem przedmiotowym obiektywu co pozwala uzyskać dość duże powiększenie obrazu. Obraz powstały w obiektywie jest obrazem rzeczywistym, który powstaje w ognisku przedmiotowym okularu działającego z kolei jak lupa w stosunku do otrzymanego w obiektywie obrazu i ponownie go powiększa.



Z podobieństwa odpowiednich trójkątów mamy

$$\frac{h}{f_{ob}} = \frac{h'}{s}$$

Stąd powiększenie otrzymywane w obiektywie wynosi

$$M_{ob} = \frac{h'}{h} = \frac{s}{f_{ob}}$$

Z kolei okular powiększa otrzymany obraz M_{ok} razy gdzie

$$M_{ok} = \frac{d_0}{f_{ok}}$$

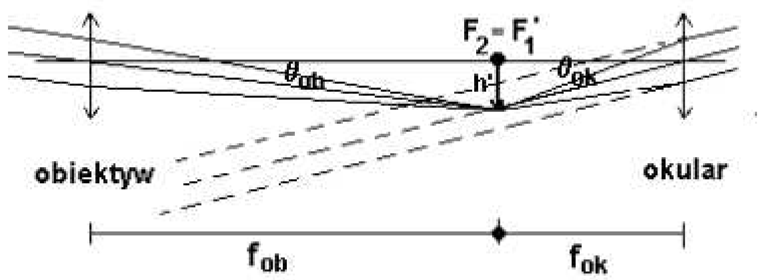
więc powiększenie mikroskopu będącego układem obiektywu i okularu wynosi $M = M_{ob}M_{ok}$ co daje powiększenie

$$M = \frac{sd_0}{f_{ob}f_{ok}}$$

Odległość s równą odległości ogniska obrazowego obiektywu od ogniska przedmiotowego okularu nazywa się czasem **długością tubusu**.

7.3.4 Luneta astronomiczna (teleskop soczewkowy, refraktor)

Konfiguracja soczewek w lunecie jest bardzo podobna do układu soczewek w mikroskopie. Podobnie jak tam wyróżniamy tutaj dwa układy: obiektyw i okular. Jednak zasada działania w przypadku lunety jest zupełnie inna. Luneta służy do obserwacji obiektów położonych bardzo daleko. Tak więc można przyjąć, że obraz powstały w obiektywie położony jest w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu. Jeżeli okular ma działać jak lupa i powiększać dalej obraz otrzymany w obiektywie musi być tak usytuowany aby obraz ten znalazł się w jego ognisku przedmiotowym. W rezultacie ogniska obrazowe obiektywu i przedmiotowe okularu pokrywają się w przeciwieństwie do mikroskopu, w którym były one od siebie oddalone na odległość zwaną długością tubusu.



Powiększenie kątowe - czyli stosunek szerokości kątowej obrazu do szerokości kątowej przedmiotu - dla teleskopu wynosi

$$M_\theta = \frac{\theta_{ok}}{\theta_{ob}} \, .$$

Ponieważ dla promieni przyosiowych (bliskich osi) można napisać, że

$$\theta_{ob} = \frac{h'}{f_{ob}} \quad , \qquad \theta_{ok} = \frac{h'}{f_{ok}}$$

więc powiększenie kątowe teleskopu wyraża się wzorem

$$M_\theta = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

Powiększenie nie jest jedynym parametrem istotnym dla teleskopu (zresztą nie tylko dla teleskopu). Niezwykle istotne są także: *zdolność zbierania światła* decydująca o tym jak jasny jest obraz, *aberracje sferyczna i chromatyczna* decydujące o ostrości i rozmyciu barwnym obrazu, zdolność rozdzielcza pozwalająca odróżnić dwa różne obiekty leżący bardzo blisko siebie i wiele innych.

Zadania do rozwiązania

Zadanie 18 *Bombka choinkowa o średnicy $d = 12$ cm wytwarza obraz okna. Na środku okna naklejono ozdobę świąteczną o wysokości $h = 15$ cm. Wysokość obrazu tej ozdoby wynosi $h' = 0,2$ cm. W jakiej odległości od okna stoi choinka?*

Zadanie 19 *Niektóre lusterka kosmetyczne dają lekko powiększone obrazy twarzy. Oszacuj promień krzywizny takiego lusterka, zakładając, że odległość, na jaką zbliża się do niego twarz, wynosi od $x_1 = 20$ cm do $x_2 = 35$ cm.*

Zadanie 20 *Zwierciadło kuliste, o promieniu $r = 10$ cm, wytwarza obraz niewielkiego przedmiotu przesuwającego się ku powierzchni zwierciadła. Początkowa odległość przedmiotu od zwierciadła wynosi $l = 30$ cm. Sporządź wykres zależności położenia obrazu od położenia przedmiotu dla następujących przypadków: a) zwierciadło jest wklęsłe; b) zwierciadło jest wypukłe.*

Zadanie 21 *Sporządź wykres zależności położenia obrazu, uzyskiwanego za pomocą soczewki skupiającej o ogniskowej $f = 5$ cm, od położenia przedmiotu x. Weź pod uwagę wartości $x \in (0, 3f)$.*

Zadanie 22 *Na soczewkę skupiającą o ogniskowej $f = 0,15$ m pada zbieżna wiązka światła. Rzeczywisty obraz powstaje w odległości $y = 0,05$ m od soczewki. Oblicz, gdzie powstałby obraz, gdyby nie było soczewki.*

Zadanie 23 *Soczewka dwuwypukła o zdolności skupiającej $D = 9$ dioptrii jest wykonana ze szkła o bezwzględnym współczynniku załamania $n = 1,6$. Jedna z powierzchni ograniczających soczewkę ma promień krzywizny $r_1 = 10$ cm. Jaki jest promień krzywizny drugiej powierzchni?*

Zadanie 24 *Soczewka płasko-wypukła o promieniu krzywizny $r = 0,15$ m jest zrobiona ze szkła o bezwzględnym współczynniku załamania światła $n = 1,5$. Za pomocą tej soczewki uzyskano obraz powiększony 3 razy. Określ położenie przedmiotu i ekranu w przypadku, gdy: a) uzyskany obraz jest rzeczywisty; b) uzyskany obraz jest pozorny.*

Zadanie 25 *Soczewka płasko-wypukła o promieniu krzywizny r daje rzeczywisty obraz przedmiotu o powiększeniu p. Odległość przedmiotu od obrazu wynosi d. Oblicz współczynnik załamania materiału, z którego wykonano soczewkę.*

Zadanie 26 *Odległość obrazu rzeczywistego od szklanej soczewki skupiającej wynosi $y_1 = 0,1$ m. Jeżeli cały układ zanurzymy w wodzie, nie zmieniając odległości między przedmiotem i soczewką, to obraz rzeczywisty powstanie w odległości $y_2 = 0,6$ m od soczewki. Oblicz ogniskową soczewki w powietrzu. Współczynnik załamania szkła $n_1 = 1,5$, a wody $n_2 = 1,33$.*

Zadanie 27 *Symetryczna soczewka dwuwklęsła o promieniach krzywizny* $r = 10\ cm$ *jest wykonana ze szkła o bezwzględnym współczynniku załamania światła* $n = 1,6$. *Oblicz powiększenie obrazu, który uzyskano dla przedmiotu ustawionego w odległości* $x = 25\ cm$ *od soczewki.*

Zadanie 28 *Soczewka rozpraszająca o ogniskowej* $|f| = 5\ cm$ *wytwarza w odległości* $|y| = 3\ cm$ *pozorny obraz o wysokości* $h' = 0,4\ cm$. *Oblicz wysokość przedmiotu i jego odległość od soczewki.*

Zadanie 29 *Równoległa wiązka światła białego pada na soczewkę dwuwypukłą o promieniu krzywizny* $r_1 = r_2 = 0,15\ m$. *Oblicz ogniskową tej soczewki dla promieni czerwonych i fioletowych. Współczynniki załamania tych promieni wynoszą w tym przypadku odpowiednio* $n_{cz} = 1,57$ *i* $n_f = 1,61$.

Zadanie 30 *Kron i flint to dwa rodzaje szkła o różnych współczynnikach załamania. Współczynniki załamania promieni czerwonych we flincie i w kronie wynoszą odpowiednio* $n_{cz} = 1,62$ *i* $n'_{cz} = 1,52$, *a fioletowych* $n_f = 1,67$ *i* $n'_f = 1,55$. *Dana jest soczewka płasko-wypukła z kronu o promieniu krzywizny* $r = 0,06\ m$. *Dobierz przylegającą do niej soczewkę płasko-wklęsłą z flintu tak, aby równoległa wiązka światła białego, pomimo rozszczepienia, skupiła się w jednym punkcie.*

Zadanie 31 *Jakich soczewek powinien używać krótkowidz, który bez okularów widzi dobrze z odległości* $x_1 = 16\ cm$? *Odległość dobrego widzenia dla zdrowego oka* $x_2 = 25\ cm$. *Wynik podaj w dioptriach.* ***Wskazówka****: Zdolność skupiająca układu optycznego jest równa sumie zdolności skupiających poszczególnych soczewek.*

Zadanie 32 *Jaką wadę wzroku ma człowiek, który używa soczewek o ogniskowej* $f = 75\ cm$? *Z jakiej odległości widzi dobrze bez okularów? Odległość dobrego widzenia dla zdrowego oka* $x_2 = 25\ cm$.

Zadanie 33 *Znaczek pocztowy oglądany przez lupę z odległości* $x_1 = 2,5\ cm$ *miał pozorną wielkość* $H = 16\ cm$. *Jaka była rzeczywista wielkość znaczka? Odległość dobrego widzenia dla zdrowego oka* $x_2 = 25\ cm$.

Zadanie 34 *Jaką pozorną grubość ma włos oglądany pod mikroskopem, o długości tubusu* $l = 3\ cm$, *przez zdrowe oko? Ogniskowe obiektywu i okularu wynoszą odpowiednio* $f_1 = 0,4\ cm$ *i* $f_2 = 2,5\ cm$, *a prawdziwa grubość włosa* $h = 0,08\ mm$.

Zadanie 35 *Średnica kątowa Księżyca obserwowanego z Ziemi gołym okiem wynosi około 30' kątowych. Jaka będzie średnica kątowa Księżyca obserwowanego przez lunetę o ogniskowej obiektywu* $f_1 = 150\ cm$ *i okularu* $f_2 = 5\ cm$?

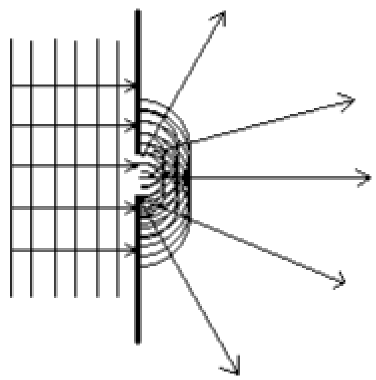
8 Dyfrakcja i interferencja

8.1 Dyfrakcja

Definicja 13 *Dyfrakcja (nazywana również ugięciem) jest to zjawisko polegające na uginaniu się promieni świetlnych przechodzących w pobliżu przeszkody, takiej jak np. brzeg szczeliny.*

Dyfrakcja jest zjawiskiem charakterystycznym dla fal. Dyfrakcji ulegają fale na wodzie, fale dźwiękowe w powietrzu i wszelkie inne fale. Zjawisko dyfrakcji jest tym lepiej widoczne im wielkość przeszkody, np. szerokość szczeliny jest mniejsza w porównaniu do długości fali. Dlatego też dla światła zjawisko to można zaobserwować wyraźniej jeżeli szczelina ma małą szerokość, nie większą niż dziesiąta część milimetra. Ponadto na jakość obrazu dyfrakcyjnego w przypadku pojedynczej krawędzi wpływa wielkość źródła światła. Jeżeli źródło światła jest rozciągłe wtedy obraz dyfrakcyjny się zamazuje, ponieważ na obraz wytworzony przez jeden z punktów źródła nakładają się obrazy wytworzone przez pozostałe punkty źródła światła. Obraz dyfrakcyjny jest najlepiej widoczny jeżeli źródło światła jest punktowe.

Wyjaśnieniem zjawiska dyfrakcji jest zasada Huygensa: za przeszkodą na fale kuliste powstałe w każdym punkcie, do którego dotarła fala nie nakładają się fale zatrzymane przez przeszkodę.



fala płaska fala ugięta

Biorąc pod uwagę zjawisko dyfrakcji światła widzimy, że pojęcie promienia światła w optyce geometrycznej jest konstrukcją czysto abstrakcyjną nie mającą odpowiednika w rzeczywistości. Jeżeli z wiązki światła będziemy chcieli wydzielić węższą wiązkę, musimy zastosować wąską szczelinę co doprowadzi do zjawiska dyfrakcji, tym wyraźniejszego im węższa będzie szczelina, a w rezultacie zamiast wąskiego promienia otrzymamy rozbieżną wiązkę światła. Fizycznie nie jest więc możliwe wydzielenie pojedynczego promienia z wiązki światła.

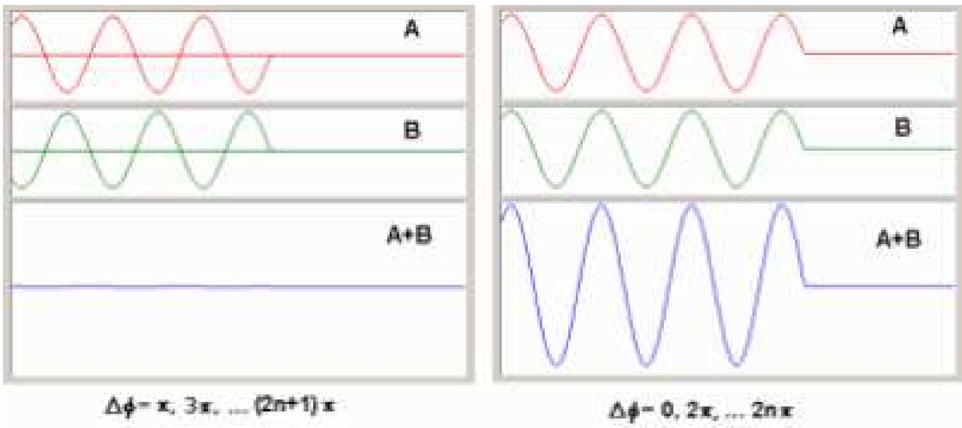
8.2 Interferencja

Definicja 14 *Interferencja fal polega na nakładaniu się na siebie co najmniej dwóch fal biegnących w przybliżeniu w tym samym kierunku, w wyniku czego w przestrzeni powstaje nierównomierny, ale trwały w czasie rozkład energii zwany obrazem interferencyjnym.*

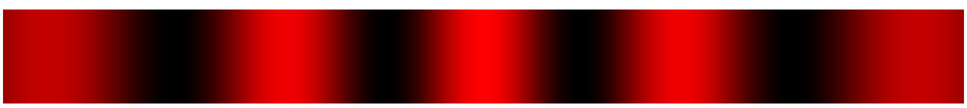
Warunkiem powstania obrazu interferencyjnego jest **spójność** (koherencja) interferujących ze sobą fal.

Definicja 15 *Dwie fale nazywa się spójnymi jeżeli w dowolnym punkcie, do którego przybywają, różnica faz między nimi nie zmienia się w czasie.*

Jeżeli w danym punkcie spotykają się dwie fale, między którymi różnica faz równa jest nieparzystej wielokrotności kąta π *rad*: $\pi, 3\pi, \ldots, (2n+1)\pi$, czyli $180°, 3 \cdot 180°, \ldots, (2n+1) \cdot 180°$, wtedy w rym punkcie fale te całkowicie się wygaszają. Jeżeli zaś różnica faz między falami równa jest $0, 2\pi, 4\pi, \ldots, 2n\pi$, czyli $0°, 2 \cdot 180°, \ldots, 2n \cdot 180°$, wtedy następuje maksymalne wzmocnienie się fal w tym punkcie. Ilustruje to poniższy rysunek. Dla wyraźniejszego ukazania różnicy faz fale A i B przedstawiono oddzielnie. Fala A+B ilustruje falę powstałą w wyniku interferencji fal A i B.

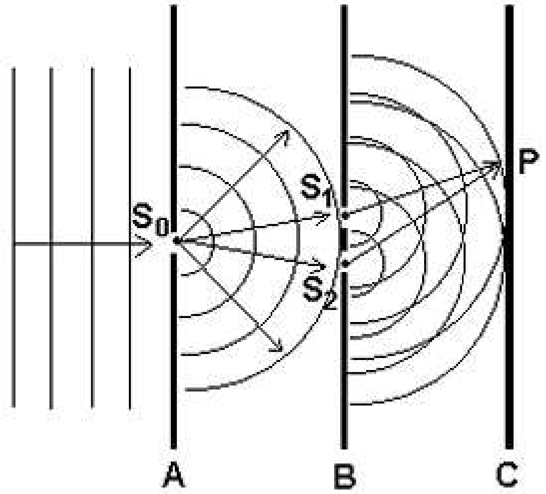


Jeżeli obserwujemy obraz interferencyjny na ekranie, wtedy w punktach gdzie następuje całkowite wygaszenie się fal obserwujemy zaczernienie, a w punktach gdzie nastąpiło maksymalne wzmocnienie się fal maksymalne oświetlenie światłem danego koloru.

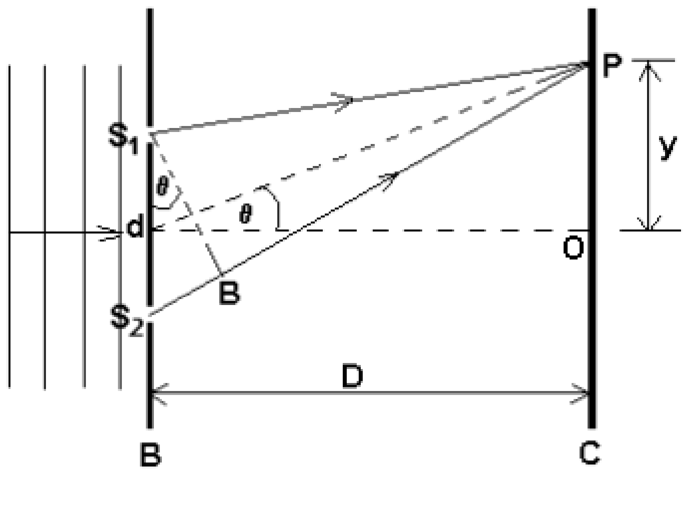


Na ekranie obserwuje się tak zwane **prążki interferencyjne**.

Aby spełnić podstawowy warunek interferencji, to jest spójność fal można zastosować sposób, zrealizowany po raz pierwszy w 1801 przez Thomasa Younga (tzw. **doświadczenie Younga**). Dwie fale spójne otrzymuje się tutaj z dwóch szczelin S_1 *i* S_2 w przesłonie B oświetlonej kulistą falą Huygensa powstającą w szczelinie S_0 w przesłonie A oświetlonej płaską, niespójną falą światła słonecznego. Obraz interferencyjny obserwuje się na ekranie C. Spójność fal powstających w szczelinach S_1 *i* S_2 i dobiegających do P wynika z tego, że powstały one z tego samego czoła padającej na szczeliny fali.



Aby znaleźć położenie maksimów (jasnych prążków) i minimów (ciemnych prążków) interferencyjnych na ekranie skorzystamy z podanych wcześniej (str. 37) warunków wzmocnienia i wygaszenia fal interferujących ze sobą. Różnica faz $\Delta\phi = 0, 2\pi, \ldots, 2n\pi$ powodująca powstanie maksimów pochodzi w tym przypadku z różnicy dróg optycznych i odpowiada całkowitej wielokrotności długości fali $m\lambda$, $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$,



Różnica dróg optycznych dla promieni docierających do punktu P na ekranie ze szczelin S_1 i S_2 jest równa długości odcinka S_2B. Aby w punkcie P powstało wzmocnienie interferencyjne musi więc zachodzić warunek

$$S_2B = m\lambda$$

Z trójkąta prostokątnego S_1S_2B gdzie d oznacza odległość szczelin mamy

$$S_2B = d\sin\theta$$

Kąt θ jest tutaj kątem pod jakim obserwuje się powstające w punkcie P maksimum interferencyjne jeżeli ekran obserwuje się od strony szczelin. Na powyższym rysunku przyjęto, że odległość D ekranu od przesłony ze szczelinami jest dużo większa od odległości d szczelin od siebie, tak że można przyjąć, że na szczeliny pada fala płaska. Ostatecznie warunkiem powstania w punkcie P maksimum jest więc

$$d\sin\theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots,$$

Dla m = 0, w punkcie O powstaje centralny jasny prążek interferencyjny, a dla każdego $m > 0$ powstają dwa prążki jasne położone symetrycznie po obydwu stronach prążka centralnego.

Dla powstania w punkcie P minimum (ciemnego prążka) interferencyjnego różnica faz między falami docierającymi do P z S_1 i S_2 musi być równa nieparzystej wielokrotności π czyli różnica dróg optycznych $S_2B = d\sin\theta$ musi zawierać połówkową liczbę długości fal (porównaj rysunek na str. 37), to jest

$$d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots,$$

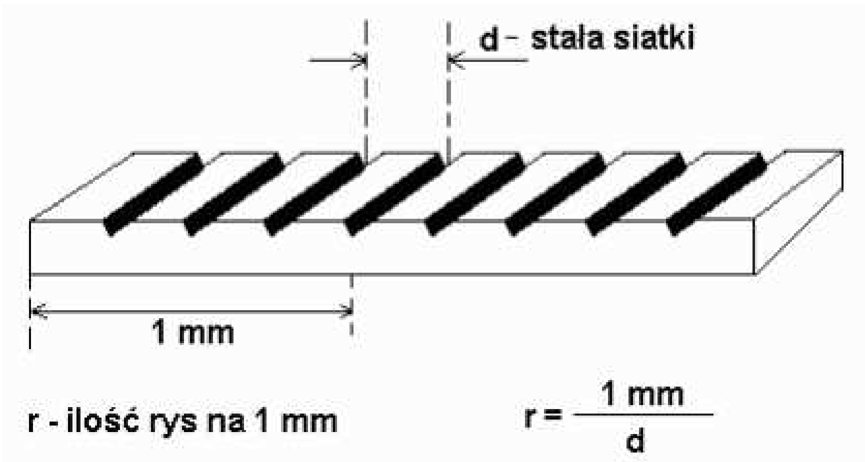
Znając odległość D ekranu od przesłony B można wyznaczyć odległość y kolejnych prążków od prążka centralnego.

Pomiar kąta obserwacji θ prążków interferencyjnych oraz znajomość odległości szczelin pozwala wyznaczyć długość fali światła, którym oświetlane są szczeliny. Aby jednak uzyskać bardziej wyraźny obraz interferencyjny mogący posłużyć za podstawę pomiaru długości fali światła należy użyć nie dwóch szczelin, od których obraz jest bardzo słaby z uwagi na małą ilość światła docierającego do poszczególnych maksimów interferencyjnych, lecz znacznie większej ich ilości, czyli tak zwanej **siatki dyfrakcyjnej**.

9 Siatka dyfrakcyjna

Siatka dyfrakcyjna jest bardzo ważnym narzędziem w spektroskopii. Służy do pomiaru długości fal świetlnych, badania widma promieniowania różnych obiektów (np. gwiazd), i.t.p.

Definicja 16 *Siatką dyfrakcyjną nazywa się układ dużej liczby równoległych i równo odległych szczelin. Odległość sąsiednich szczelin d nazywa się* ***stałą siatki****. Zamiast stałej siatki często podawana jest liczba szczelin na milimetr, na cal lub na centymetr.*



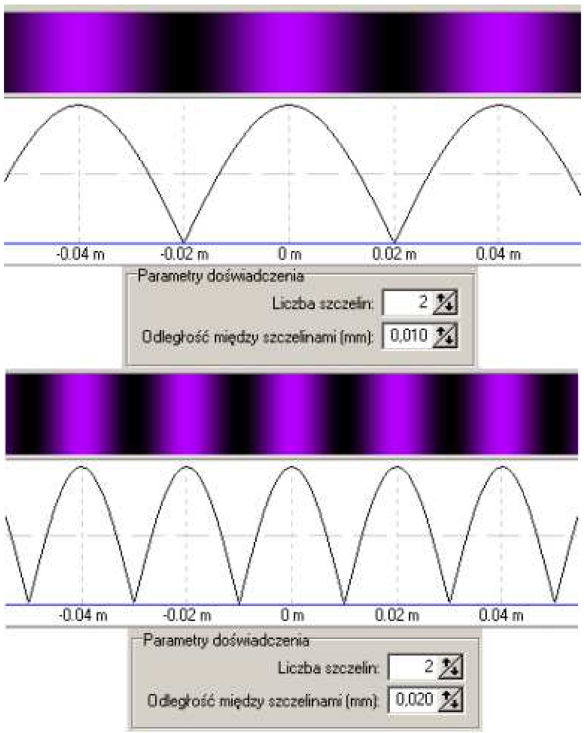
Siatki dyfrakcyjne mogą mieć do kilku tysięcy rys na 1 centymetrze.

Rozkład prążków interferencyjnych otrzymywanych za pomocą siatki, zwany również **widmem**, nie zależy od liczby szczelin jedynie od stałej siatki i oczywiście od długości fali świetlnej przechodzącej przez siatkę. Równanie dla siatki dyfrakcyjnej dające rozkład prążków interferencyjnych ma postać

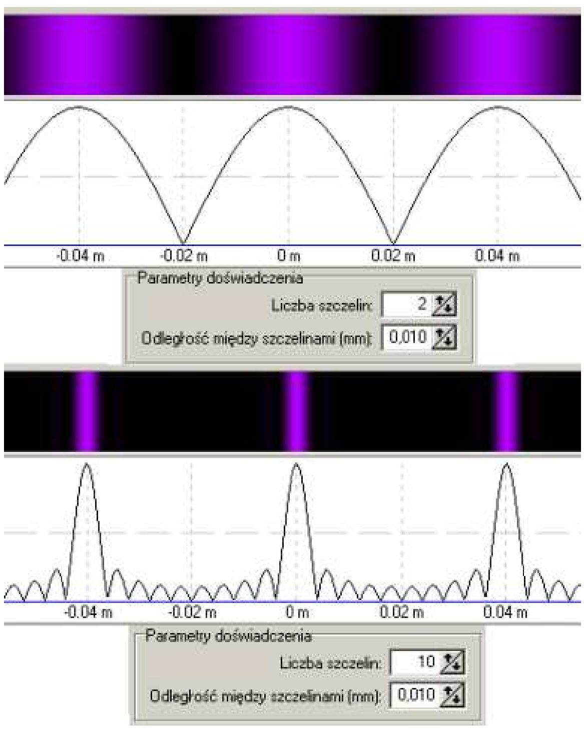
$$d \sin\theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots,$$

gdzie m nazywa się **rzędem widma**, θ jest kątem obserwacji prążka rzędu m od strony siatki dyfrakcyjnej (tak jak w doświadczeniu Younga), a d jest stałą siatki.

Stała siatki decyduje o rzędzie widma, który można obserwować. Im większa stała tym większy rząd widma (więcej prążków) daje się obserwować. Z kolei ilość szczelin siatki decyduje o stopniu rozmycia prążków: im więcej szczelin liczy siatka tym ostrzejsze są obserwowane prążki interferencyjne. Zależności te ilustrują poniższe zrzuty ekranowe komputerowych doświadczeń z siatką dyfrakcyjną przeprowadzonych dla monochromatycznego światła fioletowego o długości fali $\lambda = 400nm$. Krzywe poniżej widma ilustrują rozkład natężenia światła w zależności od położenia na ekranie.



Wpływ stałej siatki (odległość między szczelinami) na rząd widma.

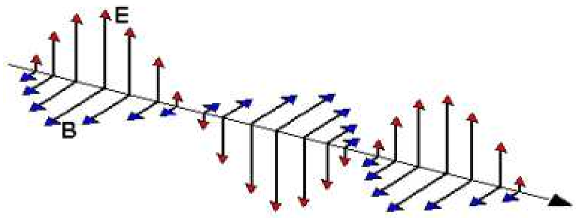


Wpływ ilości szczelin na ostrość prążków interferencyjnych.

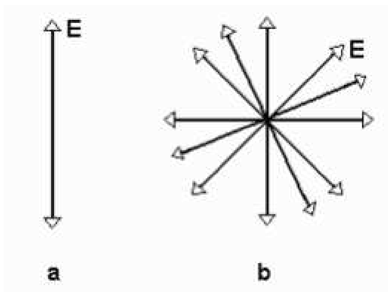
10 Polaryzacja

Światło jest falą elektromagnetyczną, która jest falą poprzeczną. Oznacza to, że wektor pola elektrycznego drga w kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali. Podobnie wektor indukcji magnetycznej, który nadto drga w kierunku prostopadłym do kierunku wektora elektrycznego.

Definicja 17 *Jeżeli w każdym punkcie fali kierunki drgań wektora elektrycznego są do siebie równoległe, to taką falę nazywamy **płasko spolaryzowaną** lub **liniowo spolaryzowaną**. Płaszczyznę wyznaczoną przez kierunek rozchodzenia się fali i kierunek drgań wektora elektrycznego nazywa się **płaszczyzną polaryzacji**.*



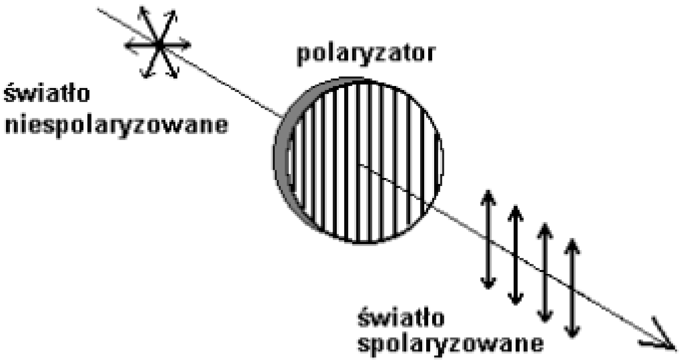
Światło słoneczne, wytwarzane przez żarówkę lub inne naturalne źródła jest niespolaryzowane. W świetle niespolaryzowanym kierunek drgań wektora elektrycznego zmienia się w każdym punkcie fali w sposób przypadkowy.



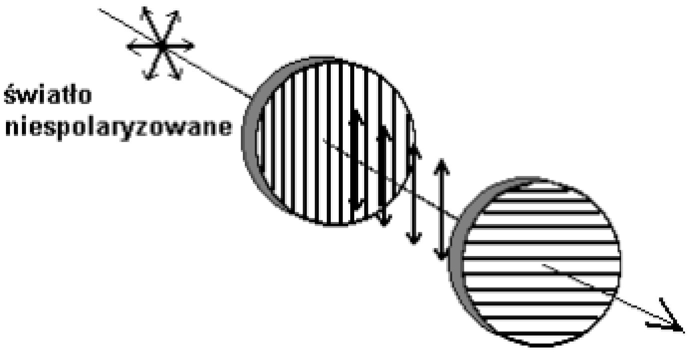
Rysunek **a** przedstawia obraz fali płasko spolaryzowanej biegnącej w stronę czytelnika, w której zaznaczono tylko wektor elektryczny. Na rysunku **b** przedstawiono obraz fali niespolaryzowanej. Wektor elektryczny zmienia kierunek drgań w sposób przypadkowy.

Światło można spolaryzować na kilka sposobów: a) przepuszczając je przez odpowiednio wytworzony materiał zwany polaroidem, b) przez odbicie od powierzchni takich jak szkło, woda lub c) przepuszczając światło przez niektóre z kryształów takich jak np. kryształ kalcytu ($CaCO_3$).

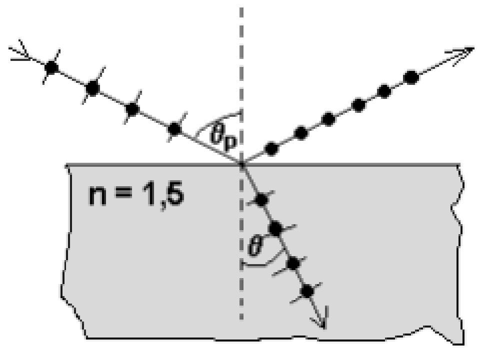
a) Polaroid jest materiałem wykonanym z substancji o budowie długocząsteczkowej. Cząsteczki układa się na podłożu elastycznym, które następnie rozciąga się co powoduje, że długie łańcuchy cząsteczek układają się równolegle. Ta siateczka równolegle rozmieszczonych łańcuchów cząsteczek tworzy polaryzator. Przez polaryzator przechodzą tylko te składowe pola elektrycznego, które są równoległe do kierunku wyznaczonego przez równolegle rozmieszczone łańcuchy cząsteczek polaryzatora.



Jeżeli skrzyżujemy ze sobą dwa polaryzatory, to taki układ nie przepuści w ogóle żadnego światła.



b) Światło może ulegać polaryzacji przez odbicie od szkła, wody lub innych materiałów dielektrycznych. Istnieje dla tych materiałów charakterystyczny kąt padania zwany **kątem całkowitej polaryzacji** θ_p (lub kątem **Brewstera**), przy którym światło odbite jest całkowicie spolaryzowane. Płaszczyzna polaryzacji wiązki odbitej jest prostopadła do płaszczyzny padania. Stwierdzono doświadczalnie, że jeżeli kąt padania światła jest równy kątowi całkowitej polaryzacji to promień odbity i załamany tworzą kąt prosty.



$$\theta_p + \theta = 90^\circ$$

Z prawa Sneliusa mamy

$$\frac{\sin\theta_p}{\sin\theta} = n_{21}$$

Z obydwu powyższych równań otrzymujemy

$$\frac{\sin\theta_p}{\sin(90^\circ - \theta_p)} = n_{21}$$

$$\frac{\sin\theta_p}{\cos\theta_p} = n_{21}$$

czyli

$$\tan\theta_p = n_{21}$$

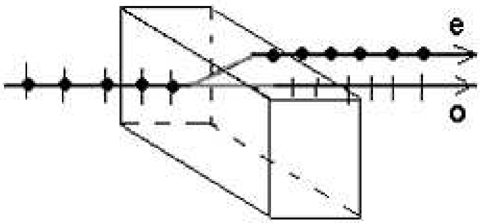
Jeżeli ośrodkiem numer 1 jest powietrze, wtedy mamy

$$\tan\theta_p = n_2 = n$$

gdzie n jest współczynnika załamania ośrodka odbijającego. Równanie to znane jest jako **prawo Brewstera**.

c) Wreszcie trzeci sposób polaryzacji światła związany jest z własnością niektórych kryształów zwaną **anizotropią optyczną**. Anizotropia w ogólności polega na zależności pewnych własności fizycznych substancji, takich jak opór elektryczny, szybkość rozchodzenia się fal i.t.p. od kierunku. Oznacza to na przykład, że opór elektryczny substancji zależy od tego w jakim kierunku przyłożone jest napięcie, lub szybkość rozchodzenia się światła w substancji zależy od tego, w którym kierunku w tej substancji porusza się światło. Anizotropowość wykazują przede wszystkim substancje krystaliczne, co związane jest z budową i symetrią siatki krystalicznej.

Polaryzacja światła przez niektóre kryształy związana jest z tak zwaną dwójłomnością tych kryształów. Polega ona na tym, że jeżeli niespolaryzowana wiązka światła pada prostopadle na jedną ze ścian kryształu to na powierzchni tej ściany rozszczepia się ona na dwie wiązki.



Promień **o** zwany *promieniem zwyczajnym* spełnia prawo załamania jeżeli będzie się zmieniać kąt padania światła na ścianę kryształu, natomiast promień **e** zwany *promieniem nadzwyczajnym* nie spełnia tego prawa, a ponadto na ogół nie leży on w płaszczyźnie padania. Obydwie wychodzące wiązki są spolaryzowane liniowo, przy czym ich płaszczyzny polaryzacji są do siebie wzajemnie prostopadłe. Wyjaśnieniem tego zjawiska jest przyjęcie, że prędkość rozchodzenia się promienia **o** w krysztale jest taka sama w każdym kierunku, natomiast szybkość promienia **e** zależy od kierunku w krysztale. Innymi przykładami kryształów wykazujących anizotropię optyczną są: lód, kwarc, siarczek cynku.

Zadania do rozwiązania

Zadanie 36 *Ile rys na 1 mm ma siatka dyfrakcyjna, dla której stała siatki wynosi* $2 \cdot 10^{-6}$ *m?*

Zadanie 37 *Ile wynosi stała siatki dyfrakcyjnej mającej na 1 mm 200 rys?*

Zadanie 38 *Wyznacz długość fali świetlnej, dla której, po przepuszczeniu przez siatkę dyfrakcyjną o stałej* $d = 1,25 \cdot 10^{-6}$ *m, prążek pierwszego rzędu powstanie pod kątem* $\alpha = 28°$.

Zadanie 39 *Na siatkę dyfrakcyjną posiadającą 160 rys na 1 mm pada promień zielony o długości fali 520 nm. Oblicz stałą siatki, najwyższy rząd widma oraz liczbę obserwowanych prążków interferencyjnych.*

Zadanie 40 *Na siatkę dyfrakcyjną pada prostopadle niebieski promień świetlny o długości 470 nm. Jego szósty prążek interferencyjny powstaje w tym miejscu, co czwarty prążek interferencyjny promienia czerwonego. Oblicz długość fali dla promienia czerwonego.*

Zadanie 41 *Światło o długości fali* $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}$ *m, ugięte na siatce dyfrakcyjnej, jest rzutowane na odległy o* $l = 50$ *cm ekran. Jaka odległość dzieli prążki drugiego i trzeciego rzędu? Siatka ma* $k = 500$ *rys na milimetr.*

Zadanie 42 *Wyznacz kąt Brewstera dla: a) wody, n = 1,33; b) szkła, n = 1,55.*

Zadanie 43 *Promienie słoneczne padają na powierzchnię lodu. Promień odbity jest całkowicie spolaryzowany. Oblicz kąt załamania oraz wysokość Słońca nad horyzontem. Współczynnik załamania lodu n = 1,31.*

Zadanie 44 *Promień świetlny przechodzi przez ciecz znajdującą się w szklanej zlewce i odbija się od jej dna. Promień odbity jest całkowicie spolaryzowany, gdy promień pada na dno naczynia pod kątem* $\alpha = 43°$. *Oblicz współczynnik załamania cieczy. Współczynnik załamania szkła* $n_2 = 1,5$.

Zadanie 45 *Promienie słoneczne padające na powierzchnię oleju parafinowego tworzą z nią kąt 35°. Promień odbity jest całkowicie spolaryzowany. Oblicz kąt odbicia, kąt załamania oraz współczynnik załamania oleju parafinowego.*