

Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy

klasa I technikum

TŻiGD, TH, TE

rok szkolny 2006/2007

numer programu: DKOS-4015-126/02

nauczyciel: mgr Marian Talar

Definicja 1 *Ruchem jednostajnie zmiennym prostoliniowym nazywa się taki ruch, który odbywa się po torze prostoliniowym oraz w równych odstępach czasu ciało zmienia swoją szybkość o taką samą wartość.*

Przykładami takiego ruchu są:

- ruch spadającego swobodnie ciała
- ruch zatrzymującego się powoli samochodu
- ruch startującego samolotu

Jeżeli szybkość ciała rośnie to taki ruch nazywamy ruchem **jednostajnie przyspieszonym**, jeżeli zaś szybkość maleje, wtedy mówimy o ruchu **jednostajnie opóźnionym**.

Szybkość ciała może się zmieniać w różnym tempie; może na przykład zwiększać się wolniej lub szybciej. W związku z tym definiuje się wielkość fizyczną, która charakteryzuje tempo zmian szybkości. Jest to tak zwane przyspieszenie. Oznaczamy je literą **a**.

Jeżeli w pewnej chwili czasu t_1 szybkość wynosiła v_1 , a w chwili późniejszej t_2 szybkość osiągnęła wartość v_2 to przyspieszenie zgodnie z definicją będzie równe:

Definicja 2

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (1)$$

lub krócej

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2)$$

gdzie $\Delta v = v_2 - v_1$ oznacza zmianę szybkości, która nastąpiła w czasie $\Delta t = t_2 - t_1$.

W ruchu jednostajnie zmiennym przyspieszenie jest stałe. Jeżeli jest to ruch jednostajnie przyspieszony, wtedy przyspieszenie jest dodatnie (szybkość rośnie), natomiast gdy jest to ruch jednostajnie opóźniony, wtedy przyspieszenie jest ujemne (szybkość maleje) i czasem nazywa się je **opóźnieniem**.

Jeżeli znamy przyspieszenie wtedy łatwo można obliczyć szybkość ciała w dowolnej chwili czasu t . Wystarczy odpowiednio przekształcić wzór (1). Przyjmujemy, że $t_1 = 0$, a szybkość w chwili t_1 wynosi v_0 i nazywana jest szybkością początkową. Zamiast t_2 piszemy wtedy t , szybkość w chwili t_2 oznaczamy przez v . Wtedy przyspieszenie a zgodnie z definicją można zapisać wzorem

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (3)$$

Mnożąc ostatnie równanie obustronnie przez t otrzymujemy

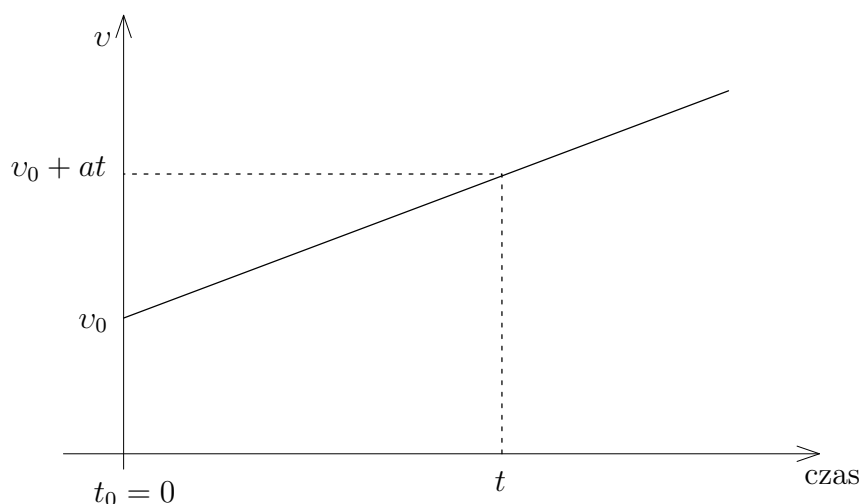
$$v - v_0 = at \quad (4)$$

Wreszcie do obydwu stron dodajemy v_0 i otrzymujemy wzór na prędkość ciała w dowolnej chwili późniejszej t :

$$v = v_0 + at \quad (5)$$

Należy pamiętać, że obliczając prędkość w ruchu jednostajnie opóźnionym we wzorze (5) wstawiamy wartość ujemną przyspieszenia.

Aby obliczyć drogę ciała w ruchu jednostajnie zmiennym skorzystamy z faktu, że drogę można obliczyć jako pole powierzchni odpowiedniej figury pod wykresem szybkości. Wykres szybkości dla ruchu jednostajnie przyspieszonego wygląda tak jak na poniższym rysunku.



Drogę s ciała obliczymy jako pole powierzchni trapezu pod linią przedstawiającą zmiany prędkości od prędkości v_0 w chwili $t_0 = 0$ do prędkości $v = v_0 + at$ w chwili t .

$$s = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at)t \quad (6)$$

Po przekształceniu otrzymujemy

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad (7)$$

Dla ruchu jednostajnie opóźnionego, w którym prędkość ulega zmniejszeniu w miarę upływu czasu, drogę obliczymy tak samo jak w przypadku ruchu jednostajnie przyspieszonego, z tym że we wzorze (7) należy wstawić znowu wartość ujemną przyspieszenia.

Wreszcie, aby otrzymać zależność położenia ciała od czasu w ruchu jednostajnie zmiennym należy do położenia początkowego x_0 dodać przebytą drogę s , gdy ciało porusza się zgodnie ze zwrotem osi układu odniesienia. Wtedy zależność ta ma postać

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad (8)$$

Jeżeli ciało porusza się przeciwnie do zwrotu osi układu odniesienia, wtedy oczywiście od położenia początkowego należy przebytą drogę odjąć.

Przykład

Samochód jadący z szybkością $v_0 = 72 \frac{km}{h}$ zaczął w pewnej chwili po przejechaniu skrzyżowania wyprzedzać inny samochód jadący przed nim. Wyprzedzanie trwało 8 sekund. Po zakończeniu manewru wyprzedzania samochód osiągnął szybkość $86,4 \frac{km}{h}$. Jakie było średnie przyspieszenie samochodu? Jaką drogę przebył samochód w czasie wyprzedzania? Jakie było położenie samochodu po zakończeniu manewru wyprzedzania, jeżeli położenie określimy jako odległość od skrzyżowania mierzoną w kierunku ruchu samochodu oraz założymy, że w chwili rozpoczęcia manewru położenie samochodu wynosiło 20 m?

Rozwiązanie

Aby znaleźć przyspieszenie skorzystamy ze wzoru (3), ale zanim zaczniemy podstawiać liczby należy szybkość samochodu wyrazić w $\frac{m}{s}$.

$$v_0 = 72 \frac{km}{h} = \frac{72000m}{3600s} = 20 \frac{m}{s} \quad (9)$$

$$v = 86,4 \frac{km}{h} = \frac{86400m}{3600s} = 24 \frac{m}{s} \quad (10)$$

Po podstawieniu obliczymy przyspieszenie a:

$$a = \frac{24 - 20}{8} \frac{\frac{m}{s}}{s} = 0,5 \frac{m}{s^2} \quad (11)$$

Aby obliczyć drogę skorzystamy ze wzoru (7). Podstawiamy do niego obliczone przed chwilą przyspieszenie i otrzymujemy

$$s = 20 \frac{m}{s} \cdot 8 s + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \frac{m}{s^2} \cdot (8 s)^2 = 176 m \quad (12)$$

Ponieważ w zadaniu mamy podane położenie początkowe $x_0 = 20 m$, więc w oparciu o wzór (8) obliczymy położenie w ósmej sekundzie

$$x(8 s) = 20 m + 176 m = 196 m \quad (13)$$

Odpowiedź

Średnie przyspieszenie samochodu wynosiło $0,5 \frac{m}{s^2}$, a droga na której samochód dokonał manewru wyprzedzania miała długość 176 m. Jego odległość od skrzyżowania wyniesie wtedy 196 m.