

# 1 Wymagania egzaminacyjne na egzamin maturalny - poziom rozszerzony: fizyka 2005-2006

## Teoria grawitacji i elektrostatyka

### Standard 1. *Zdający potrafi:*

1. Wyznaczać siłę działającą na ciało w wyniku oddziaływania grawitacyjnego i elektrostatycznego
2. Przedstawiać pole grawitacyjne i elektrostatyczne za pomocą linii pola
3. Opisywać pole grawitacyjne i elektrostatyczne za pomocą natężenia pola
4. Rozróżniać pojęcia: natężenie pola grawitacyjnego i przyspieszenie grawitacyjne
5. Opisywać wpływ pola grawitacyjnego i elektrostatycznego na ruch ciał
6. Posługiwać się pojęciami energii potencjalnej masy w polu grawitacyjnym i energii potencjalnej ładunku w polu elektrostatycznym
7. Posługiwać się pojęciami potencjału grawitacyjnego i potencjału elektrostatycznego
8. Obliczać wartość pracy i energii mechanicznej w polu grawitacyjnym i elektrostatycznym
9. Analizować pierwszą i drugą prędkość kosmiczną
10. Zastosować prawa Keplera do opisu ruchu planet
11. Opisywać ruch cząstki naładowanej w polu elektrostatycznym
12. Opisywać rozkład ładunku elektrycznego na powierzchni i wewnątrz przewodnika oraz zmiany tego rozkładu pod wpływem zewnętrznego pola elektrostatycznego
13. Opisywać wpływ dielektryka na wielkości charakteryzujące pole elektrostatyczne
14. Posługiwać się pojęciem pojemności elektrycznej

15. Obliczać pojemność kondensatora płaskiego znając jego wymiary geometryczne
16. Obliczać pojemność zastępczą układu kondensatorów
17. Obliczać pracę potrzebną do naładowania kondensatora

## 2 Teoria grawitacji

### 2.1 Prawo powszechnego ciążenia

Oddziaływaniem grawitacyjnym nazywa się oddziaływanie występujące pomiędzy dwoma ciałami posiadającymi masę. Jest to oddziaływanie, które polega na wzajemnym przyciąganiu się ciał. Własności tego oddziaływania odkrył Izaak Newton i sformułował (1687 r.) w postaci prawa znanego pod nazwą **prawo powszechnego ciążenia**:

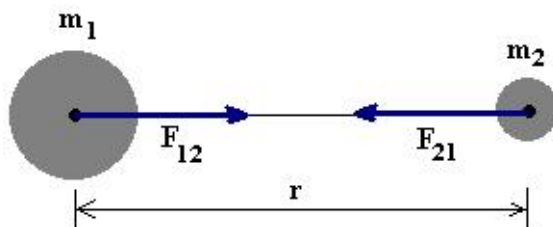
*każde dwa ciała obdarzone masą przyciągają się nawzajem, a siła ich wzajemnego przyciągania zależy od mas obydwu ciał i ich odległości od siebie. Dla ciał kulistych (lub punktowych) siła ta dana jest zależnością*

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1)$$

gdzie  $m_1$ ,  $m_2$  oznaczają masy pierwszego i drugiego ciała,  $r$  - odległość ich środków, a  $G$  jest uniwersalną stałą (identyczną dla wszystkich ciał)

$$G = 6,6742(10) \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$$

Siła ta działa na jedno z ciał wzdłuż prostej łączącej środki obydwu ciał i zwrócona jest ku drugiemu ciału. Oczywiście oddziaływanie to, jak każde, jest oddziaływaniem wzajemnym i zgodnie z trzecią zasadą dynamiki siła oddziaływania grawitacyjnego o tej samej wartości działa także na drugie ciało, wzdłuż prostej łączącej środki tych ciał i zwrócona jest w stronę pierwszego ciała. Dla odróżnienia tych obu sił można wprowadzić oznaczenia:  $F_{12}$  - siła, z jaką drugie ciało oddziałuje na pierwsze,  $F_{21}$  - siła, z jaką pierwsze ciało oddziałuje na drugie.



Oczywiście

$$F_{12} = F_{21}$$

Siła grawitacji zależy od mas obydwu ciał, a stała grawitacji  $G$  jest bardzo mała, więc jeżeli masy obydwu ciał są małe to siła ich wzajemnego przyciągania jest również mała. Dla ciał o masach takich jakie spotykamy w naszym otoczeniu siła ta jest praktycznie niemierzalna. Aby siła wzajemnego przyciągania grawitacyjnego dwóch ciał o takich samych masach równych  $m$ , znajdujących się w odległości 1 metr od siebie, wynosiła 1 niuton musielibyśmy mieć na podstawie (1)

$$1 N = 6,6742 \cdot 10^{-11} \cdot m^2$$

skąd

$$m^2 \approx 1,4983 \cdot 10^{10} kg^2$$

czyli każde z ciał musiałyby mieć masę

$$m \approx 122 \text{ tony}$$

Aby siła ta miała realne znaczenie dla zachowania się ciał, przynajmniej jedno z ciał musi mieć wielką masę. Wielka, w tym przypadku oznacza tak duża jak masa planety, gwiazdy czy większego obiektu kosmicznego. Masa drugiego z ciał może wtedy być nieduża, i wówczas oddziaływanie grawitacyjne będzie odczuwane głównie przez ciało o mniejszej masie, to znaczy oddziaływanie grawitacyjne będzie miało znaczące skutki dla zachowania się tego ciała. Odwrotne oddziaływanie ciała o małej masie na ciało o masie wielkiej, mimo że występuje, nie odgrywa żadnej roli ponieważ bezwładność ciała o wielkiej masie jest wielka i mała siła nie spowoduje widocznych skutków w zachowaniu się tego ciała.

## 2.2 Pole grawitacyjne

Do opisu oddziaływania grawitacyjnego wygodnie jest wprowadzić pojęcie pola grawitacyjnego. Jedno z ciał, zazwyczaj to o wielkiej masie  $M$ , traktuje się jak źródło pola grawitacyjnego. Z drugiej strony w otoczeniu źródła pola umieszcza się niewielką masę punktową  $m$  w punkcie  $\vec{r}$  i definiuje się w tym punkcie natężenie pola  $\vec{\gamma}$  jako siłę działającą na jednostkę masy

$$\vec{\gamma}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{m} \quad (2)$$

gdzie  $\vec{F}$  jest siłą oddziaływania grawitacyjnego źródła pola na masę  $m$  daną prawem powszechnego ciężenia (1), tak więc

$$\vec{\gamma} = -G \frac{M}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = -G \frac{M}{r^2} \cdot \hat{r}$$

gdzie

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

jest wektorem jednostkowym dla wektora położenia  $\vec{r}$ . Wektor natężenia pola grawitacyjnego jest więc wektorem zwróconym w stronę środka źródła pola, a jego wartość wynosi

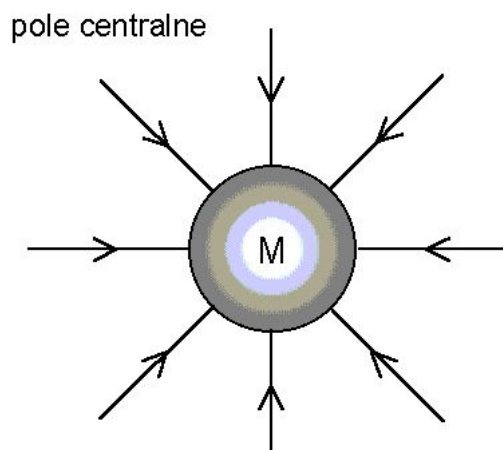
$$\gamma = G \frac{M}{r^2}$$

Znając masę  $m$  ciała umieszczonego w danym punkcie pola i natężenie pola w tym punkcie możemy obliczyć siłę oddziaływania grawitacyjnego źródła pola na tę masę według wzoru

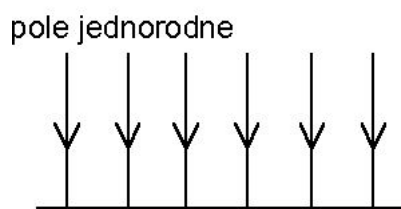
$$F = m\gamma$$

Pole grawitacyjne danej masy  $M$  przedstawia się graficznie za pomocą tzw. linii sił pola, które są liniami stycznymi do wektora natężenia pola w każdym punkcie przestrzeni, w którym to pole występuje. Liniom sił przypisuje się zwrot, który jest zgodny ze zwrotem wektora natężenia pola. Najczęściej spotykane przykłady pól grawitacyjnych to:

**pole centralne** utworzone przez ciało kuliste (np. planeta, gwiazda), linie sił pola zbiegają się centralnie w środku kuli będącej źródłem pola, natężenie maleje z kwadratem odległości od środka kuli,



**pole jednorodne** w pobliżu powierzchni wielkich ciał kulistych, na niewielkim obszarze tej powierzchni (na przykład w laboratorium na powierzchni Ziemi), linie sił są do siebie równoległe, natężenie pola jest stałe w każdym punkcie.



Przyspieszenie grawitacyjne  $\vec{a}$ , czyli przyspieszenie, które uzyskuje ciało skutkiem oddziaływania grawitacyjnego podlega II zasadzie dynamiki Newtona, czyli zgodnie z tym podstawowym prawem dynamiki możemy napisać, że

$$m_b \vec{a} = m_g \vec{\gamma}$$

gdzie celowo użyto różnych oznaczeń dla mas:  $m_b$  oznacza masę bezwładnościową ciała, czyli masę, która pojawia się w drugiej zasadzie dynamiki i nie jest związana z oddziaływaniem grawitacyjnym, natomiast  $m_g$  oznacza masę grawitacyjną, czyli masę, która jest źródłem oddziaływania grawitacyjnego i występuje w prawie powszechnego ciężenia. **Nie ma żadnego powodu, aby te masy były równe.** Fakt doświadczalny, który został stwierdzony już w doświadczeniach Galileusza, a który polega na tym, że przyspieszenie w polu grawitacyjnym jest takie samo dla wszystkich ciał, oznacza tylko, że przyspieszenie nie zależy od masy bezwładnej ciał. Równoważność masy bezwładnej i grawitacyjnej jest podstawowym założeniem ogólnej teorii względności. Jeżeli założymy, że

$$m_b = m_g$$

to oczywiście można napisać, że przyspieszenie grawitacyjne jest równe natężeniu pola grawitacyjnego

$$\vec{a} = \vec{\gamma}$$

Przyspieszenie grawitacyjne w polu centralnym maleje więc wraz z odlegością od środka masy będącej źródłem pola grawitacyjnego tak jak maleje natężenie tego pola. W polu jednorodnym przyspieszenie to jest stałe. Jednakże jeżeli uwzględnimy dodatkowe efekty związane na przykład z ruchem wirowym planety, to przyspieszenie grawitacyjne ciała wirującego razem z planetą będzie zależało także od szerokości geograficznej. Najmniejsze będzie na równiku, gdzie prędkość liniowa ruchu wirowego jest największa, a największe na biegunach, gdzie prędkość liniowa ruchu wirowego jest równa zero.

Na ciało znajdujące się na równiku działa siła przyciągania grawitacyjnego Ziemi  $F_g$ , która jest równa sumie ciężaru ciała  $Q = mg$  zmierzonemu na

równiku i sile dośrodkowej  $F_d = ma_R$  gdzie  $a_R$  jest przyspieszeniem dośrodkowym związanym z ruchem wirowym Ziemi.

$$F_g = mg + ma_R$$

$$G \frac{M_Z m}{R_Z^2} = mg + ma_R$$

stąd

$$g = G \frac{M_Z}{R_Z^2} - a_R$$

Jeżeli uwzględnimy, że

$$a_R = \frac{v^2}{R_Z}$$

gdzie

$$v = \frac{2\pi R_Z}{T}$$

gdzie  $T \approx 24 h$  to

$$g = G \frac{M_Z}{R_Z^2} - \frac{4\pi^2 R_Z}{T^2}$$

Jeżeli podstawimy do ostatniego wyrażenia promień Ziemi

$$R_Z = 6,37 \cdot 10^6 m$$

oraz

$$T = 8,64 \cdot 10^4 s$$

to drugi człon naszego równania przyjmie wartość

$$a_R = 0,0336 \frac{m}{s^2}$$

Przyspieszenie ziemskie mierzone na poziomie morza na równiku wynosi

$$g_R = 9,78039 \frac{m}{s^2}$$

a na biegunach

$$g_R = 9,83217 \frac{m}{s^2}$$

Większa różnica niż to wynika z powyższej analizy jest spowodowana dodatkowo niewielkim spłaszczeniem Ziemi; promień biegunowy Ziemi jest mniejszy niż promień równikowy co dodatkowo powiększa przyspieszenie Ziemskie na biegunach.

## 2.3 Prawa Keplera

Z prawa powszechnego ciężenia można wyprowadzić prawa Keplera, znane już wcześniej, jeszcze przed odkryciem przez Newtona prawa powszechnego ciężenia.

Pierwsze z tych praw mówi, że *Torem ruchu planet są elipsy, a Słońce znajduje się w jednym z ognisk każdej z nich*. Z prawa Newtona wynika jednakże więcej, a mianowicie to, że w polu grawitacyjnym centralnym torem ruchu ciała może być również parabola lub hiperbola.

Drugie z praw Keplera powiada, że *promień wodzący planety (odcinek łączący Słońce z planetą) w równych odstępach czasu zakreśla takie same powierzchnie*.

Wreszcie trzecie prawo stwierdza, że *istnieje związek między czasem obiegu planety dookoła Słońca  $T$ , a średnią odległością tej planety od Słońca  $R$  dany równaniem:*

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constans} \quad (3)$$

*Stała wartość w tym równaniu jest taka sama dla wszystkich planet.*

Aby określić stałą z trzeciego prawa Keplera, założmy że planeta porusza się po orbicie kołowej o promieniu równym średniej odległości od Słońca. Oznaczmy przez  $M_S$  masę Słońca, a przez  $m$  masę planety. Wówczas na podstawie tego, że siła grawitacji jest siłą, która powoduje ruch obiegowy planety po okręgu, a więc pełni rolę siły dośrodkowej w tym ruchu możemy napisać równość

$$G \frac{M_S m}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

gdzie  $v$  jest prędkością liniową planety i

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Korzystając z ostatniej równości otrzymujemy

$$G \frac{M_S}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$

Przekształcając ostatnie równanie otrzymujemy trzecie prawo Keplera w postaci

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$$



stąd jak widać, rzeczywiście stosunek kwadratu okresu obiegu do sześciangu średniej odległości planety od Słońca jest stały dla wszystkich planet, a jego wartość zależy tylko od masy Słońca

$$\text{constans} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$$

## 2.4 Praca i energia w polu grawitacyjnym

O układzie fizycznym mówimy, że ma **energię potencjalną** w tym sensie, że jest on zdolny do wykonania pracy kosztem swojej energii. Gdy układ wykonuje pracę, zmienia tym samym swój stan. Jeżeli podczas zmiany stanu układu w każdym momencie spełniona jest zasada zachowania energii mechanicznej, wtedy mówimy, że siła, która wykonała pracę, jest **siłą zachowawczą**. Przykładami sił zachowawczych są: siła oddziaływania grawitacyjnego, siły oddziaływania elektrostatycznego.

Gdy dwa ciała oddziałują na siebie grawitacyjnie i nie działają na nie żadne inne ciała, wtedy siła oddziaływania wzajemnego wykonuje pracę, zmniejszając energię potencjalną układu, a na jej miejsce pojawia się energia kinetyczna tych ciał. Niech stan początkowy układu charakteryzuje się energią potencjalną  $U_a$ , a stan końcowy energią potencjalną  $U_b$ . Niech  $W_{ab}$  oznacza pracę siły grawitacji przy przejściu układu ze stanu  $a$  do stanu  $b$ . Wtedy

$$U_b - U_a = -W_{ab}$$

co oznacza, że zmiana energii potencjalnej układu jest równa pracy wykonanej przez siły oddziaływania wzajemnego. Znak minus oznacza, że energia potencjalna układu zmalała (albo, że oddziaływanie ma charakter przyciągania).

Na podstawie ostatniej równości można określić energię potencjalną układu  $U_b$  w dowolnym stanie  $b$  w następujący sposób

$$U_b = -W_{ab} + U_a$$

należy tylko przyjąć jakąś umowną wartość dla energii potencjalnej  $U_a$  układu w stanie  $a$ , nazywanym stanem odniesienia. Zazwyczaj ta umowna wartość energii wynosi zero;  $U_a = 0$ . Wtedy

$$U_b = -W_{ab}$$

Dla przykładu podajmy wartość energii potencjalnej grawitacji dla układu złożonego z Ziemi i dowolnego ciała o masie  $m$  znajdującego się na wysokości  $h$  nad poziomem umownie przyjętym za poziom o wysokości zero (może to

być poziom morza lub podłoga laboratorium). Zakładamy tylko, że ciało znajduje się blisko powierzchni Ziemi, gdzie można założyć jednorodność pola grawitacyjnego, czyli na ciało działa stała siła ciężkości równa

$$F = mg$$

Siła ta podczas przemieszczania się ciała z poziomu  $a$  o zerowej energii potencjalnej na wysokość  $h$  (czyli do stanu  $b$ ) wykonuje pracę

$$W = -Fh = -mgh$$

Praca ta jest ujemna ponieważ przemieszczenie jest zwrócone przeciwnie do działającej siły. Stąd energia potencjalna układu w stanie  $b$  (gdy ciało znajduje się na wysokości  $h$ ) wynosi

$$U_b = -W_{ab} = -(-mgh) = mgh$$

Jest to znany z gimnazjum wzór na energię potencjalną ciała, które znajduje się na wysokości  $h$ . Mówi się tu o energii potencjalnej ciała, chociaż poprawnie jest to energia potencjalna układu Ziemia - ciało. Usprawiedliwieniem takiego sposobu wyrażania się jest ten sam powód, dla którego raczej mówimy, że to ciało spada na Ziemię, a nie że Ziemia i ciało zbliżają się do siebie, chociaż to drugie jest bardziej poprawne. Innymi słowy, energia potencjalna zamienia się na energię kinetyczną obydwu ciał: Ziemi i spadającego ciała, jednak z uwagi na proporcje masy większość energii potencjalnej zamienia się na energię kinetyczną spadającego ciała, a tylko znikomy ułamek na energię kinetyczną Ziemi.

W ogólnym przypadku, gdy nie można założyć jednorodności pola grawitacyjnego, a więc dla pola centralnego, wygodniej jest przyjąć jako stan o zerowej energii potencjalnej stan, w którym ciała na siebie nie oddziałują, a więc gdy znajdują się w odległości bardzo dużej od siebie (mówimy: w nieskończoności)

$$U_\infty = 0$$

Wtedy energia potencjalna układu w stanie  $b$  jest równa

$$U_b = -W_{\infty b}$$

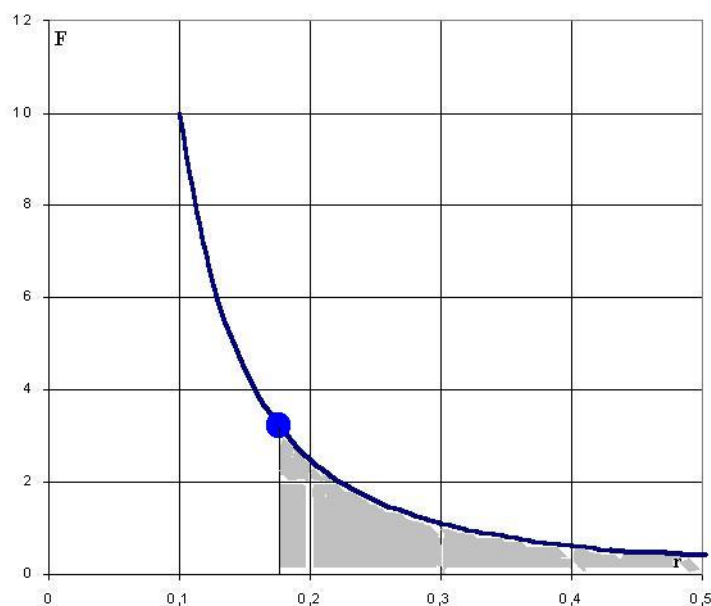
czyli jest równa pracy jaką wykona pole podczas przemieszczania tego ciała z nieskończoności do punktu  $b$ . Praca ta jest dodatnia, ponieważ teraz wektor przemieszczenia i siła grawitacji mają ten sam zwrot. W konsekwencji energia potencjalna układu jest ujemna. Można to interpretować, że jest to **energia wiązania** układu. Im większa jest wartość bezwzględna energii potencjalnej

układu w stanie  $b$  (czyli im mniejsza jest ujemna wartość energii potencjalnej) tym silniej są związane te dwa ciała. Równoważnie można powiedzieć, że wtedy siły zewnętrzne muszą wykonać większą pracę, żeby te dwa ciała od siebie oddalić do nieskończoności (czyli rozerwać związany układ).

Dla pola sił zachowawczych praca sił tego pola nie zależy od drogi, tylko od początkowego i końcowego położenia. Tak więc dla pola centralnego energia potencjalna układu będzie zależeć tylko od wzajemnej odległości  $r$  przyciągających się grawitacyjnie ciał. Ponieważ siła w polu centralnym dana jest prawem powszechnego ciążenia

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

pracę tej siły możemy policzyć jako pole powierzchni pod wykresem siły w zależności od odległości od źródła pola.



Posługując się odpowiednim rachunkiem można to pole policzyć. Otrzymamy wówczas, że energia potencjalna układu gdy ciała znajdują się w odległości  $r$  od siebie jest równa

$$U(r) = \frac{-GMm}{r} \quad (4)$$

Oprócz energii potencjalnej układu, która jak widzimy, jest zależna od mas obydwu oddziałujących na siebie ciał, wygodnie jest wprowadzić jeszcze

jedną funkcję: **potencjał pola** w danym punkcie tego pola. Jest to szczególnie przydatne wtedy, gdy jedno z ciał jest ciałem o wielkiej masie w porównaniu z masą drugiego ciała. Traktujemy je wówczas jako źródło pola i mówimy o potencjale tego pola. Jednocześnie potencjał pola powinien zależeć tylko od masy źródła pola, tak aby charakteryzować właśnie siłę samego pola, a nie być funkcją zależną od tego co w tym polu się znajduje. Tak jest w przypadku, gdy źródłem pola jest jakieś ciało niebieskie (np: planeta, gwiazda, satelita naturalny), a drugie ciało jest małym ciałem w polu grawitacyjnym źródła (np: sztuczny satelita na orbicie Ziemi).

W związku z tymi wymaganiami potencjał pola w punkcie  $b$  definiuje się jako energię potencjalną przypadającą na jednostkę masy dowolnego małego ciała umieszczonego w tym punkcie.

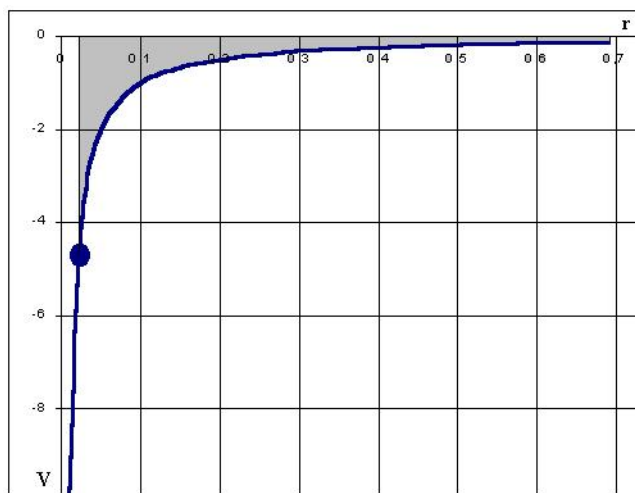
$$V_b = \frac{U_b}{m}$$

gdzie  $m$  oznacza masę małego ciała,  $U_b$  jego energię potencjalną w punkcie  $b$ . Dla pola centralnego, dla którego energia potencjalna dana jest wzorem (4) potencjał pola będzie zależał tylko od odległości od środka ciała będącego źródłem pola i wyrazi się wzorem

$$V(r) = \frac{-GM}{r} \quad (5)$$

gdzie  $M$  jest masą źródła pola grawitacyjnego.

Zależność potencjału od odległości  $r$  na wykresie przedstawia się tak jak na poniższym rysunku



Gdy ciało znajduje się w odległości  $r$  od źródła, jest jakby w "studni potencjału" o głębokości  $r$ . Aby go z tej studni wydostać nie nadając mu na

powierzchni żadnej dodatkowej energii kinetycznej należy użyć sił zewnętrznych, które wykonają dodatnią pracę przeciw siłom grawitacji, o wartości równej wartości bezwzględnej energii potencjalnej ciała znajdującego się na dnie "studni" o głębokości  $r$ , tak aby energia potencjalna ciała po wyciągnięciu ze "studni" była równa zero (umowna wartość zerowa energii potencjalnej w nieskończoności)

$$W_{b\infty} + U(r) = 0$$

Ponieważ dla pola o określonym potencjale  $V(r)$  mamy

$$U(r) = mV(r)$$

gdzie  $m$  jest masą ciała wyciąganego ze "studni" więc

$$W_{b\infty} = -mV(r)$$

Dla pola centralnego

$$W_{b\infty} = -\frac{-GMm}{r} = \frac{GMm}{r}$$

## 2.5 Pierwsza i druga prędkość kosmiczna

**Pierwsza prędkość kosmiczna** jest to z definicji minimalna prędkość jaką należy nadać ciału w kierunku poziomym, wyniesionemu na niedużą wysokość  $h$  nad powierzchnię planety aby mogło się poruszać wokół niej po orbicie kołowej. Nieduża wysokość oznacza, że  $h \ll R$ , gdzie  $R$  jest promieniem planety.

Na orbicie kołowej siła dośrodkowa, która jest siłą utrzymującą satelitę na orbicie, jest siłą pochodzenia grawitacyjnego, czyli daną prawem powszechnego ciężenia. Możemy więc napisać równość

$$\frac{mv_I^2}{R+h} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

gdzie  $m$  jest masą satelity,  $M$  - masą planety, a  $R+h$  jest odległością satelity od środka planety. Pierwszą prędkość kosmiczną oznaczyliśmy przez  $v_I$ . Po przekształceniu otrzymujemy

$$v_I^2 = \frac{GM}{R+h}$$

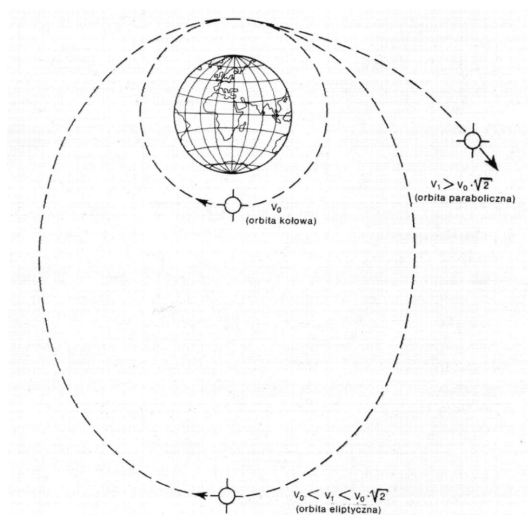
Ponieważ  $h \ll R$ , więc  $R+h \approx R$  i pierwsza prędkość kosmiczna dana jest w przybliżeniu zależnością

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Jak widać prędkość ta zależy tylko od parametrów charakteryzujących samą planetę; jej masy i promienia. Dla Ziemi pierwsza prędkość kosmiczna jest równa

$$v_{IZ} = 7,9 \frac{km}{s}$$

przy założeniu braku oporu powietrza w górnych warstwach atmosfery. Najniżej latające satelity latają na wysokościach od 200 km do 1200 km. Aby na takiej orbicie osiągnęły wymaganą minimalną prędkość wystrzeliwuje się je z okolic równika, ponieważ sam ruch wirowy Ziemi dodaje wówczas około  $1,5 \frac{km}{s}$ , w rezultacie względem Ziemi statek kosmiczny wynoszący satelitę na orbitę nie musi mieć prędkości równej pierwszej prędkości kosmicznej. Jeżeli prędkość nadana satelicie w kierunku poziomym na niedużej wysokości  $h$  nad powierzchnią Ziemi jest większa od minimalnej pierwszej prędkości kosmicznej, wtedy orbity takich satelit nie są już orbitami kołowymi.



Gdy prędkość ta przekroczy wartość

$$v = \sqrt{2} v_{IZ}$$

satelita wyjdzie poza obszar oddziaływania pola grawitacyjnego Ziemi.

**Druga prędkość kosmiczna** jest to minimalna prędkość którą należy nadać ciału znajdującemu się na danej planecie, aby mogło ono opuścić obszar oddziaływania pola grawitacyjnego tej planety (tak jak na przykład w podróży na inne planety Układu Słonecznego).

Obliczenia drugiej prędkości kosmicznej można dokonać w oparciu o prawo zachowania energii. Początkowa energia całkowita rakiety musi być równa

końcowej energii całkowitej. Wymaganie minimalnej prędkości oznacza, że w nieskończonej odległości od planety (w praktyce oznacza to odległość bardzo dużą w porównaniu z rozmiarami planety) rakieta ma prędkość równą zero, a więc jej całkowita energia końcowa też jest równa zero (gdyż energia potencjalna w nieskończoności z definicji jest równa zero). Mamy więc

$$\frac{mv_{II}^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0$$

stąd po przekształceniu

$$v_{II}^2 = \frac{2GM}{R}$$

czyli

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Dla Ziemi druga prędkość kosmiczna ma wartość

$$v_{IIZ} = 11,19 \frac{km}{s}$$

### 3 Elektrostatyka

Elektrostatyka jest opisem oddziaływania ładunków elektrycznych i ciał naelektryzowanych w stanie spoczynku. Jest to istotne ograniczenie, z uwagi na to, że oddziaływanie ładunków, które się poruszają przebiega zupełnie inaczej. Dla opisu oddziaływania ładunków elektrycznych w ruchu stosuje się teorię elektromagnetyczną, w skład której wchodzi również oddziaływanie magnetyczne. **Ładunki w stanie spoczynku nie oddziałują magnetycznie.**

#### 3.1 Elektryzowanie ciał

Kilka faktów podstawowych:

- są dwa rodzaje ładunków elektrycznych -  **dodatnie i ujemne**
- ładunki  **jednoimienne** - tego samego znaku - odpychają się, a ładunki  **różnoimienne** - przeciwnych znaków - przyciągają się.
- praktycznie każde ciało można naelektryzować
- ciała elektryzują się ładunkiem dodatnim lub ujemnym

- ładunek elektryczny jest cechą wszystkich ciał materialnych: w stanie nienaelektryzowanym każde ciało posiada równą ilość ładunku dodatniego i ujemnego
- ładunek elektryczny jest wielkością skwantowaną, to znaczy istnieje pewna minimalna porcja ładunku, a każda inna jego ilość jest wielokrotnością tej najmniejszej porcji.
- Najmniejsza porcja ładunku nazywana jest ładunkiem elementarnym i jest równa

$$e = 1.602176487 \cdot 10^{-19} C$$

jednostką ładunku jest 1 kulomb (1 C)

- ładunek elektryczny zgromadzony jest w cząstkach tworzących atomy: elektron posiada ładunek równy  $-e$ , proton, będący składnikiem jądra atomu ma ładunek równy  $e$ .
- Ciała dzieli się pod względem zdolności do elektryzowania na **izolatory** i **przewodniki**. Przewodnikami są na przykład wszystkie metale. Przewodnikiem jest każde to ciało, które posiada swobodne nośniki ładunku (np: elektrony, jony). W metalach swobodnymi nośnikami ładunku są elektrony walencyjne atomów tworzących siatkę kryształiczną metalu. Ciała, które nie posiadają w swojej strukturze cząsteczkowej swobodnych nośników ładunku są izolatorami.

Ciała można naelektryzować pocierając je innym ciałem (najlepiej jakimś sukniem). Jednakże gdy elektryzujemy przez pocieranie przewodniki, należy je odizolować od Ziemi. (przewodnikiem jest również ciało ludzkie). Przy elektryzowaniu przez pocieranie elektryzują się obydwa ciała: pocierane i pocierające. Ich ładunki są przeciwnego znaku. Ładunek elektryczny przy pocieraniu przechodzi z jednego ciała na drugie. Tym ładunkiem, który może się przemieszczać między ciałami jest ładunek elektronów, czyli ładunek ujemny.

Inny sposób elektryzowania jest dotknięcie ciałem naelektryzowanym ciała nienaelektryzowanego. W tym przypadku wystarczy dotknięcie, gdyż nadmiar ładunku jednego rodzaju z ciała naelektryzowanego natychmiast przy zetknięciu z innym ciałem przepływa na nie. W ten sposób obydwa ciała stają się naelektryzowane, jednak inaczej niż poprzednio: są naelektryzowane tym samym rodzajem ładunku.

Wreszcie jest jeszcze możliwy trzeci sposób elektryzowania ciał: przez indukcję (wpływ). Ten sposób jest szczególnie przydatny przy elektryzowaniu przewodników. Do nienaelektryzowanego przewodnika wystarczy zbliżyć



naelektryzowane ciało. Wtedy w przewodniku następuje rozseparowanie ładunków dodatnich od ujemnych. Pojawia się chwilowy stan naelektryzowania przewodnika. Stan ten zanika, jeżeli oddalimy ciało naelektryzowane. Jednak, gdy uziemy (połączymy przewodnik z Ziemią, za pomocą innego przewodnika) przewodnik, który jest w stanie chwilowego naelektryzowania, na krótką chwilę, wtedy przewodnik naelektryzuje się stosunkowo trwale.

## 3.2 Pole elektrostatyczne

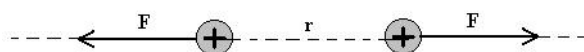
### Prawo Coulomba

Oddziaływanie dwóch punktowych ładunków elektrycznych opisuje prawo Coulomba, które stwierdza, że siła oddziaływania  $F$  jest wprost proporcjonalna do iloczynu obydwu ładunków  $q_1$  i  $q_2$ , a odwrotnie proporcjonalna do kwadratu ich odległości. Wektor siły jest skierowany wzdłuż prostej łączącej obydwie ładunki, a zwrot zależy od rodzaju ładunków. Gdy ładunki są jednoimienne siła powoduje ich odpychanie się wzajemne, a gdy są różnoimienne to ładunki wzajemnie się przyciągają.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (6)$$

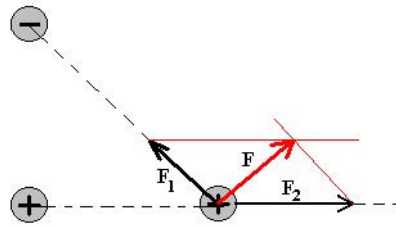
współczynnik proporcjonalności  $k$  jest równy

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$



Podobnie obliczamy siłę wzajemnego oddziaływania dwóch naelektryzowanych przewodników kulistych. Ładunek wprowadzony na kulę wykonaną z przewodnika samorzutnie rozmieszcza się równomiernie na powierzchni całej kuli. Do obliczenia siły oddziaływania naelektryzowanych kul bierzemy odległość ich środków od siebie.

Jeżeli mamy kilka ładunków punktowych rozmieszczonych w przestrzeni, to w celu obliczenia siły ich oddziaływania na dany ładunek położony w punkcie  $P$  stosujemy **zasadę superpozycji**: obliczamy siły oddziaływania na ładunek w  $P$  pochodzące od każdego z ładunków punktowych osobno, a następnie obliczamy sumę wektorową tych sił.

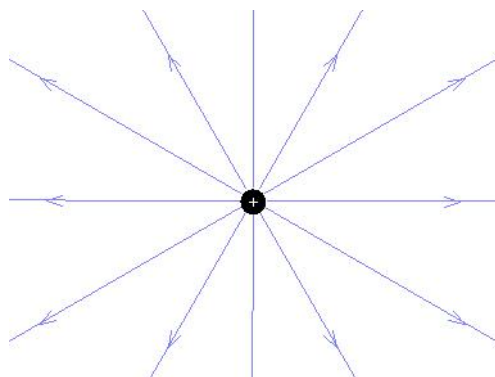


W przypadku ciągłego rozkładu ładunków innego niż kulisty (np: naładowany nieskończony przewodnik prostoliniowy, lub naładowana nieskończona płaszczyzna) stosujemy podobnie jak poprzednio zasadę superpozycji, z tą jednak różnicą, że teraz musimy podzielić dany rozkład ciągły na nieskończenie małe obszary punktowe i liczyć wkład do siły od każdego z tych małych obszarów, a następnie obliczyć nieskończoną sumę wektorową. Ponieważ na ogół jest to dość trudne rachunkowo stosuje się wtedy **prawo Gaussa**, o którym powiemy trochę dalej.

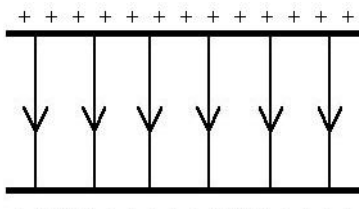
### Pole elektrostatyczne

Podobnie jak ciało o określonej masie jest źródłem pola grawitacyjnego w przestrzeni wokół siebie, tak i ładunek elektryczny jest źródłem pola elektrostatycznego w przestrzeni wokół ładunku. Pole to graficznie przedstawiamy w postaci linii sił pola. Ładunek punktowy (lub naładowana kula przewodnika) wytwarza pole centralne, zaś dwie płaskie, przewodzące powierzchnie równoległe do siebie, naelektryzowane ładunkami różnoimiennymi są źródłem pola jednorodnego w przestrzeni pomiędzy nimi. Dwa ładunki różnoimienne tworzą charakterystyczne pole dipola.

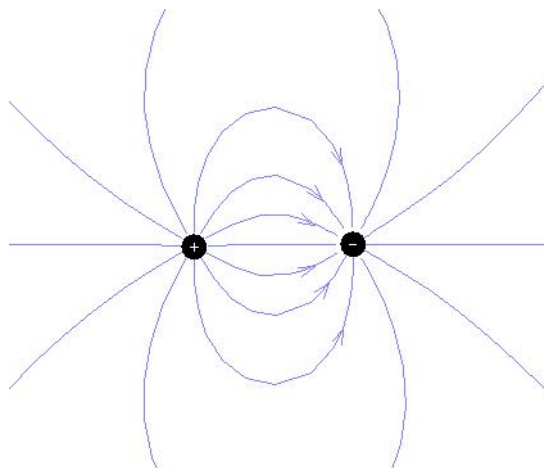
#### pole centralne



## pole jednorodne



## pole dipola



Zwrot linii siły pola z definicji przyjmuje się za zgodny ze zwrotem siły jaka działałaby na punktowy ładunek dodatni umieszczony w dowolnym punkcie położonym na tej linii. Ponadto pole samo opisuje się poprzez natężenie  $E$  tego pola. Natężenie definiuje się jako wektor. Wektor ten na ogół zależy od punktu w przestrzeni. W każdym punkcie pola natężenie pola może mieć inną wartość i kierunek (oprócz pola jednorodnego, gdzie natężenie z definicji w każdym punkcie jest takie samo, zarówno co do wartości jak i kierunku). Kierunek wektora natężenia w danym punkcie jest wyznaczony przez styczną do linii siły przechodzącej przez ten punkt, zaś wartość wektora natężenia jest równa sile przypadającej na jednostkowy ładunek umieszczony w tym punkcie.

$$E = \frac{F}{q} \quad (7)$$

gdzie  $q$  jest małym ładunkiem próbnym umieszczonym w danym punkcie pola, a  $F$  siła oddziaływania elektrostatycznego jaką wywiera na ładunek źródło pola. Zwrot wektora natężenia jest taki sam jak zwrot linii sił pola.

Dla pola centralnego wartość natężenia dana jest wzorem, który wynika z prawa Coulomba:

$$E = k \frac{Q}{r^2} \quad (8)$$

gdzie  $Q$  jest ładunkiem źródła pola, zaś  $r$  odległością od źródła. Jeżeli znamy natężenie pola w danym punkcie, oraz ładunek  $q$  umieszczony w tym punkcie to łatwo można obliczyć siłę z jaką to pole działa na dany ładunek. Wartość tej siły dana jest przez

$$F = Eq$$

### Prawo Gaussa

Jak wcześniej wspomniano, dla ciągłego rozkładu ładunku trudno jest w oparciu o prawo Coulomba określić siłę, a więc i natężenie pola w dowolnym punkcie przestrzeni w pobliżu tego rozkładu. Wykorzystuje się wtedy prawo Gaussa, które oczywiście można również stosować do dowolnego rozkładu ładunku, w szczególności do ładunków punktowych. Musimy jedynie znać symetrię linii sił tego pola, a więc symetrię wektorów natężenia. Prawo to mówi, że *strumień pola przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest wprost proporcjonalny do całkowitego ładunku zamkniętego wewnątrz tej powierzchni*

Aby obliczyć strumień  $\Phi$  pola przez daną powierzchnię musimy podzielić tę powierzchnię na małe elementy, którym przypisujemy wektory  $\vec{\Delta S}$  prostopadłe do elementu powierzchni, zwrócone na zewnątrz, o wartościach równych polu powierzchni elementu. Następnie dla każdego elementu powierzchni obliczamy iloczyn skalarny

$$\vec{\Delta S} \cdot \vec{E}$$

gdzie  $\vec{E}$  jest wektorem natężenia pola w punkcie gdzie znajduje się wybrany element powierzchni, a następnie wszystkie te elementy należy zsumować po całej powierzchni, przez którą przechodzi obliczany strumień pola.

$$\Phi = \sum_S \vec{\Delta S} \cdot \vec{E} \quad (9)$$

Prawo Gaussa można więc wyrazić równaniem

$$\sum_S \vec{\Delta S} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon} Q \quad (10)$$

$Q$  jest całkowitym ładunkiem objętym wybraną powierzchnią  $S$ , a  $\varepsilon$  jest stałą charakterystyczną dla ośrodka materialnego, w którym znajduje się ładunek elektryczny. Dla próżni stała ta ma wartość

$$\varepsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

i nazywana jest **przenikalnością elektryczną próżni**.

Jeżeli wybrana zamknięta powierzchnia nie obejmuje żadnego ładunku to oczywiście strumień pola przez tę powierzchnię wynosi zero. Z jednej strony linie pola wchodzi do wnętrza, więc dla nich iloczyn skalarny jest ujemny, a z drugiej strony linie wychodzą na zewnątrz. Dla nich iloczyn skalarny jest dodatni. W sumie wkłady te się kasują i strumień wychodzi równy zero.

Dla przykładu wyznaczmy pole ładunku punktowego i pole wokół prostego, nieskończonego naładowanego przewodnika.

**Dla ładunku punktowego**  $Q$ , którego pole jest centralne wybieramy powierzchnię w kształcie sfery o środku w punkcie gdzie położony jest ładunek i promieniu  $r$ . Przyjmujemy, że ładunek  $Q$  jest ładunkiem dodatnim. W każdym punkcie sfery wektor natężenia pola jest prostopadły do powierzchni sfery, ma zwrot zgodny ze zwrotem wektora elementu powierzchni i ma taką samą wartość, więc

$$\vec{\Delta S} \cdot \vec{E} = E \Delta S$$

więc na podstawie prawa Gaussa mamy

$$E \sum_S \Delta S = \frac{1}{\varepsilon_0} Q$$

Suma wszystkich elementów powierzchni sfery jest równa polu powierzchni sfery, więc

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} Q$$

skąd po przekształceniu otrzymujemy wyrażenie na natężenie pola centralnego

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Otrzymaliśmy wyrażenie identyczne jak w (8), które wynikło z definicji natężenia i z prawa Coulomba, o ile przyjmiemy, że stała  $k$  w prawie Coulomba jest równa

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Dla liniowego rozkładu ładunku przyjmijmy gęstość liniową ładunku równą  $\lambda$ . Określamy ją jako ilość ładunku  $q$  przypadającą na jednostkę długości przewodnika

$$\lambda = \frac{q}{l}$$

Linie pola są półprostymi leżącymi w płaszczyznach prostopadłych do przewodnika i promieniście rozbiegającymi się w kierunku od przewodnika. Natężenie pola elektrostatycznego ma stałą wartość w danej odległości od przewodnika. Jeżeli przyjmiemy, że ładunek przewodnika jest dodatni, zwrot wektora natężenia jest skierowany od przewodnika. Wybieramy powierzchnię w kształcie walca, o osi położonej na przewodniku, promieniu podstawy równym  $r$  i wysokości  $L$ . Ładunek objęty tą powierzchnią wynosi

$$q = \lambda L$$

Na podstawie prawa Gaussa mamy

$$E S = \frac{1}{\varepsilon_0} \lambda L$$

gdyż na powierzchni bocznej walca natężenie jest stałe i prostopadłe do powierzchni w każdym jej punkcie. Strumień pola przez podstawy walca wynosi zero, gdyż linie pola, a więc i wektor natężenia leżą w płaszczyznach podstaw. Powierzchnia boczna walca jest równa

$$S = 2 \pi r L$$

więc

$$E 2 \pi r L = \frac{1}{\varepsilon_0} \lambda L$$

Stąd otrzymujemy wyrażenie na natężenie pola w odległości  $r$  od przewodnika prostoliniowego naładowanego ładunkiem o gęstości  $\lambda$  w postaci

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r} = k \frac{2\lambda}{r}$$

### 3.3 Energia w polu elektrostatycznym

Podobnie jak pole grawitacyjne, również pole elektrostatyczne jest polem zachowawczym, to znaczy praca wykonana przez siły pola, lub praca wykonana przez siłę zewnętrzną przeciwko siłom pola przy przesuwaniu ładunku z

punktu  $A$  do punktu  $B$  nie zależy od drogi, po której ładunek był przesuwany tylko od końcowego i początkowego położenia. W związku z tym definiuje się funkcję nazywaną **potencjałem elektrycznym**, która jest funkcją skalarną zależną od położenia i określającą energię potencjalną w danym punkcie pola przypadającą na jednostkę ładunku.

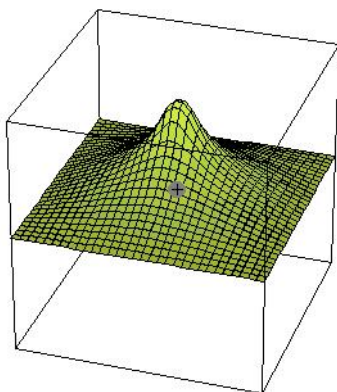
$$V = \frac{E_p}{q} \quad (11)$$

Dla ładunków punktowych przyjmujemy zerowy potencjał odniesienia w nieskończoności, podobnie jak dla pola grawitacyjnego. Natomiast energia potencjalna układu ładunków punktowych w danym punkcie jest z definicji równa pracy potrzebnej na przemieszczenie ładunku z nieskończoności do danego punktu. Potencjał w tym punkcie jest więc energią potencjalną na jednostkę ładunku. Wyrażenie na potencjał i energię potencjalną w danym punkcie jest więc identyczny jak dla pola grawitacyjnego:

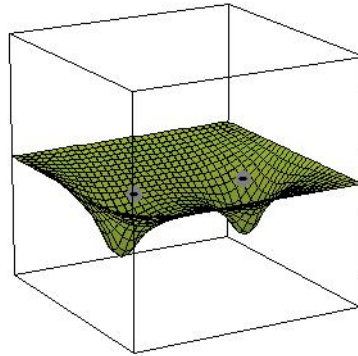
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (12)$$

Dla źródła o ładunku dodatnim potencjał ten maleje wraz z oddalaniem się od źródła do wartości zero w bardzo dużej odległości. Gdy źródłem jest ładunek ujemny, potencjał rośnie poprzez wartości ujemne do zera w nieskończoności. Energia potencjalna układu ładunków jednoimiennych ma wartość dodatnią i maleje do zera wraz z ich oddalaniem się do nieskończoności.

### potencjał dodatniego ładunku punktowego



### potencjał układu dwóch ładunków ujemnych



Natomiast energia potencjalna układu ładunków różnoimiennych jest ujemna i rośnie do zera wraz z ich oddalaniem się do nieskończoności. Jest to zgodne z konwencją przyjętą wcześniej, że ładunki różnoimienne tworzą układ związany, więc energia wiązania jest ujemna (siły zewnętrzne muszą wykonać pracę, aby układ rozzerwać i dzięki tej pracy energia układu wzrasta), zaś ładunki ujemne jako odpychające się tworzą układ o energii dodatniej (układ sam musi wykonać pracę, aby ładunki się od siebie oddaliły, więc zmniejsza swoją energię kosztem wykonanej pracy)

Gdy ładunek  $q$  przemieszcza się z punktu  $A$  do  $B$  na skutek oddziaływania pola, pole to wykonuje pracę

$$W_{A \rightarrow B} = E_{pB} - E_{pA}$$

równą różnicy między energią potencjalną ładunku w punkcie końcowym i początkowym, czyli stosując pojęcie potencjału (11)

$$W_{A \rightarrow B} = q(V_B - V_A)$$

Różnicę potencjałów pomiędzy punktami  $A$  i  $B$  nazywa się też **napięciem elektrycznym** pomiędzy punktami  $A$  i  $B$  i oznacza symbolem  $U_{AB}$ . Pracę można wyrazić więc przez napięcie

$$W_{A \rightarrow B} = qU$$

Na podstawie tego równania można zdefiniować jednostkę napięcia. Jednostką napięcia jest **1 wolt** (1V)

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$



Dla pola centralnego praca ta jest równa

$$W_{A \rightarrow B} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

**W polu jednorodnym** praca wykonywana przez pole przy przemieszczeniu ładunku  $q$  wzdłuż linii pola z punktu  $A$  do punktu  $B$  jest równa

$$W_{A \rightarrow B} = Fd$$

gdzie  $d$  jest odległością punktów  $A$  i  $B$ . Zakładamy, że ładunek jest dodatni, więc przemieszczenie ładunku ma zwrot taki jak działająca siła. Z kolei siła  $F$  dana jest przez natężenie pola

$$F = qE$$

więc

$$W_{A \rightarrow B} = qEd$$

Ponieważ z drugiej strony praca jest równa iloczynowi ładunku i napięcia między punktami  $A$  i  $B$  możemy napisać, że

$$qU_{AB} = qEd$$

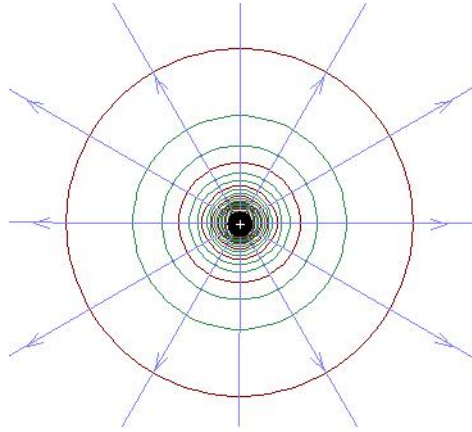
Dzieląc obustronnie powyższe równanie przez  $q$  otrzymujemy związek pomiędzy napięciem w polu jednorodnym a natężeniem tego pola

$$U_{AB} = Ed \tag{13}$$

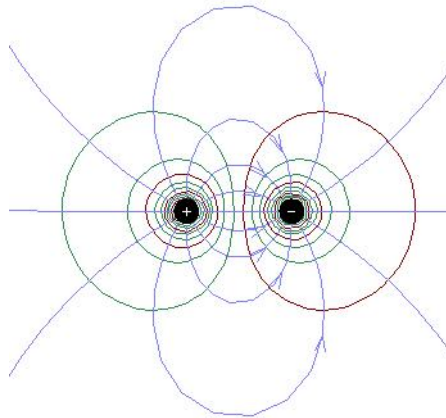
### Powierzchnie ekwipotencjalne

Pole elektrostatyczne często przedstawia się za pomocą tak zwanych powierzchni ekwipotencjalnych, czyli powierzchni stałego potencjału. Linie sił pola są w każdym punkcie powierzchni ekwipotencjalnej prostopadłe do takiej powierzchni. Praca wykonywana przy przesuwaniu ładunku wzdłuż powierzchni ekwipotencjalnej jest równa zero, gdyż różnica potencjałów dla dwóch dowolnych punktów danej powierzchni ekwipotencjalnej jest równa zero. Na rysunkach poniżej przedstawiono przykładowe pola elektrostatyczne za pomocą przekrojów powierzchni ekwipotencjalnych.

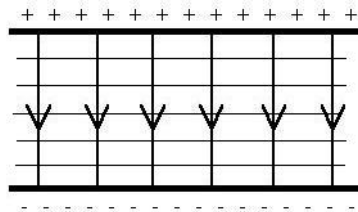
powierzchnie ekwipotencjalne pola centralnego



powierzchnie ekwipotencjalne dipola



powierzchnie ekwipotencjalne pola jednorodnego



### 3.4 Pojemność i kondensatory

Dany przewodnik, izolowany od otoczenia, naładowany ładunkiem  $Q$  wytwarza w przestrzeni wokół siebie pole elektrostatyczne. Na powierzchni tego przewodnika jest określony stały potencjał. Powierzchnia przewodnika jest powierzchnią ekwipotencjalną. W każdym punkcie przewodnika linie sił pola są prostopadłe do jego powierzchni. Na przykład dla kuli metalowej o promieniu  $R$ , potencjał takiej kuli jest równy

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

O ile w pobliżu kuli nie pojawi się inne ciało naładowane, co wpłynęłoby na rozkład ładunku na kuli, a w konsekwencji na pole elektrostatyczne i potencjał kuli, o tyle stosunek ładunku do potencjału tej kuli jest stały i nazywa się **pojemnością elektryczną** kuli, oraz oznacza literą  $C$ . Pojemność kuli przewodzącej jest więc równa

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

Dla dowolnego przewodnika definiuje się jego pojemność w identyczny sposób jak wyżej. Pojemność przewodnika oznacza więc taką ilość ładunku elektrycznego, którą trzeba zgromadzić na przewodniku, aby jego potencjał był potencjałem jednostkowym. Jednostkę pojemności nazywa się **faradem (F)**

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

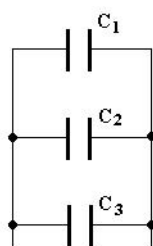
Jeśli przewodnik nie jest odosobniony, czyli w jego sąsiedztwie znajdują się inne przewodniki, to na skutek indukcji ładują się one ładunkiem przeciwnym, obniżają potencjał danego przewodnika i zwiększają jego pojemność. W praktyce mają znaczenie takie układy przewodników, że pole przez nie wytworzone skupia się prawie całkowicie w przestrzeni ograniczonej tymi przewodnikami. Takie układy przewodników nazywa się **kondensatorami**, przewodniki, które go tworzą okładkami kondensatora. Najważniejsze znaczenie mają kondensatory płaskie, kuliste i cylindryczne.

Kondensator płaski ma okładki w kształcie płaskich przewodzących płytek. Często między płytkami znajduje się izolator (dielektryk), który elektryzując się przez indukcję jeszcze bardziej powiększa pojemność kondensatora. Pojemność kondensatora płaskiego dana jest zależnością:

$$C = \epsilon\epsilon_0 \frac{S}{d} \quad (14)$$

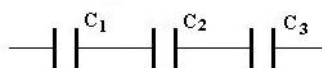
gdzie  $\varepsilon$  jest stałą charakteryzującą dielektryk wypełniający kondensator (dla kondensatora powietrznego  $\varepsilon = 1$ ),  $S$  jest powierzchnią jednej z okładek, a  $d$  jest odległością okładek kondensatora.

Kondensatory można z sobą łączyć w układy. Dla  $n$  kondensatorów połączonych równolegle, pojemność zastępcza, czyli pojemność pojedynczego kondensatora, który zastąpiłby połączone kondensatory nie zmieniając pojemności całego układu jest równa sumie pojemności poszczególnych kondensatorów



$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Dla kondensatorów połączonych szeregowo odwrotność pojemności zastępczej jest równa sumie odwrotności poszczególnych pojemności



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

### Energia kondensatora

Aby naładować kondensator, należy wykonać pracę przeciwko siłom odpychania ładunków jednoimiennych. Układ wielu ładunków posiada więc energię potencjalną równą tejże pracy. Energię kondensatora można więc traktować jak energię zmagazynowaną w polu elektrostatycznym kondensatora, którą można w późniejszej chwili z powrotem odzyskać pozwalając się kondensatorowi rozładować. Zmagazynowaną w kondensatorze energię można wyrazić wzorami

$$W = \frac{1}{2}QU$$

lub poprzez pojemność

$$W = \frac{1}{2}CU^2$$

Nie należy mylić energii zawartej w kondensatorze z pracą jaką wykonuje pole jednorodne kondensatora podczas przemieszczania ładunku w jego obszarze.

W polu elektrostatycznym jednorodnym kondensatora płaskiego może poruszać się ładunek elektryczny. Wówczas pole to wykonuje pracę wpływając na ruch ładunku. Analiza takiego ruchu jest identyczna jak analiza ruchów ciał w jednorodnym polu grawitacyjnym: rzutu poziomego, ukośnego lub spadku swobodnego. Dwa pierwsze przypadki odpowiadają sytuacji, gdy ładunek wlatuje do pola poprzecznie do linii sił (prostopadle - przypadek rzutu poziomego, ukośnie - przypadek rzutu ukośnego), a ostatni gdy ładunek został umieszczony w kondensatorze i porusza się wzdłuż linii sił pola. W każdym z tych przypadków zmienia się jedynie natura sił działających na poruszające się ciało: w tym przypadku są to siły pola elektrostatycznego działające na ładunek elektryczny.