1 Wymagania egzaminacyjne na egzamin maturalny - poziom rozszerzony: fizyka 2005-2006

Drgania i fale

Standard 1. *Posługiwanie się wielkościami i pojęciami fizycznymi do opisywania zjawisk związanych z drganiami i falami.*

1. Analizowanie ruchu ciał pod wpływem sił sprężystości
2. Opisywanie ruchu drgającego
3. Obliczanie okresu drgań wahadła matematycznego i sprężynowego
4. Opisywanie zjawiska rezonansu mechanicznego
5. Opisywać za pomocą równań zależności: położenia, prędkości, przyspieszenia, energii kinetycznej i potencjalnej od czasu i od wychylenia w ruchu drgającym
6. Opisywać warunki powstawania fal stojących
7. Wyjaśniać zjawisko rezonansu akustycznego
8. Rozróżniać pojęcia natężenia fali akustycznej i poziomu natężenia dźwięku
9. Opisywać zjawisko Dopplera dla fali akustycznej
10. Obliczanie pracy potrzebnej do naładowania kondensatora
11. Analizowanie procesów zachodzących w obwodzie LC
12. Obliczanie długości fal elektromagnetycznych w zależności od parametrów obwodu LC

2 Ruch drgający

Jeżeli ciało porusza się w ten sposób, że jego ruch powtarza się w sposób okresowy, to taki ruch nazywamy ruchem drgającym. W ruchu drgającym powtarzają się okresowo: położenie ciała, prędkość, przyspieszenie i siła będąca przyczyną ruchu drgającego. Charakterystyką tego ruchu są wielkości takie jak: **częstotliwość**, **okres drgań**, **amplituda**.

Okres drgań T jest to czas, w którym ciało wykonuje jeden pełny cykl drgań. **Częstotliowść** f jest to z definicji ilość cykli w jednostce czasu. Jednostką częstotliwości jest 1 herc (1 Hz), czyli jeden cykl na sekundę.

$$1Hz = \frac{1}{s} \tag{1}$$

Częstotliwość i okres są wielkościami wzajemnie odwrotnymi

$$f = \frac{1}{T} \tag{2}$$

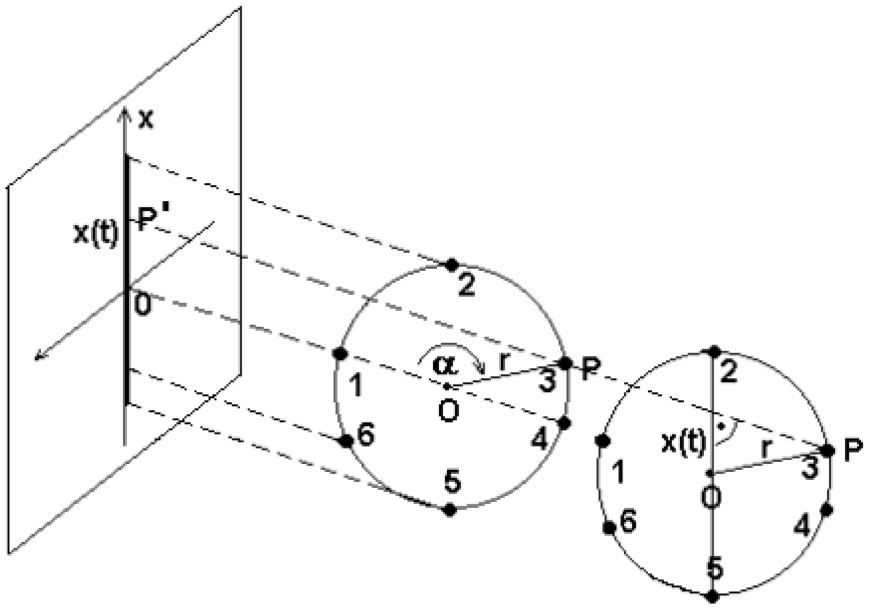
Amplituda drgań jest to maksymalne wychylenie ciała z położenia równowagi.

Ciało wykonuje drgania pod wpływem zmieniającej się okresowo siły F doznając wychylenia z położenia równowagi. W położeniu równowagi siła ta jest równa zero, a w czasie drgań ciała jest ona zwrócona cały czas w kierunku położenia równowagi ciała. Jeżeli siła ta jest wprost proporcjonalna do wychylenia, czyli

$$F = -k\,x \tag{3}$$

to drgania spowodowane taką siłą są nazywane **drganiami harmonicznymi**. W powyższym wzorze k jest współczynnikiem proporcjonalności, x oznacza wychylenie z położenia równowagi, a minus oznacza, że siła zwrócona jest zawsze przeciwnie do wychylenia ciała. Maksymalna wartość x jest amplitudą drgań.

Odpowiednikiem ruchu harmonicznego zachodzącego pod wpływem siły F spełniającej warunek (3) jest **ruch rzutu położenia ciała** poruszającego się jednostajnie po okręgu na płaszczyznę prostopadłą do płaszczyzny okręgu, po którym ciało się się porusza. Posługując się tą symulacją ruchu harmonicznego można łatwo znaleźć zależność położenia, szybkości i przyspieszenia od czasu w dowolnym ruchu harmonicznym ciał.



W chwili początkowej $t = 0$ ciało P znajduje się w położeniu 1. Po czasie t w położeniu 3. W tym czasie promień wodzący zakreślił kąt $\alpha = \omega\, t$, gdzie ω jest szybkością kątową ciała. Położenie rzutu ciała P' po czasie t jest więc równe

$$\begin{aligned} x(t) &= r\,\sin(180^\circ - \alpha) \\ &= r\,\sin\alpha \\ &= r\,\sin\omega\, t \end{aligned}$$

Położenia 2 i 5 są położeniami, w których ciało P osiąga maksymalne wychylenie z położenia $x = 0$, które odpowiada położeniu równowagi. W tych punktach położenie $x = r$, więc amplituda A drgań punktu P' równa jest promieniowi okręgu $A = r$. Tak więc zależność położenia od czasu w ruchu harmonicznym można przedstawić wzorem

$$\begin{aligned} x(t) &= A\sin\omega\, t \qquad (4) \\ &= A\sin\frac{2\pi}{T}\, t \\ &= A\sin 2\pi f\, t \end{aligned}$$

Prędkość chwilową w ruchu harmonicznym można obliczyć jako składową równoległą do $0x$ stałej prędkości v_0, z jaką ciało porusza się po okręgu. Prędkość v_0 jest największą prędkością jaką osiąga punkt P', wtedy gdy punkt P jest w położeniach 1 i 4. Składowa ta jest równa

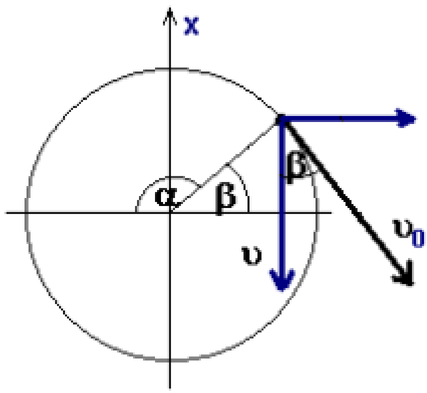
$$\begin{aligned} \upsilon &= -\upsilon_0 \cos\beta \\ &= -\upsilon_0 \cos(180^\circ - \alpha) \\ &= \upsilon_0 \cos\alpha \\ &= \upsilon_0 \cos\omega\, t \end{aligned} \tag{5}$$

Ponieważ dla ruchu po okręgu mamy

$$\upsilon_0 = A\omega$$

gdzie A jest promieniem okręgu, więc zależność (5) można zapisać w postaci

$$\upsilon = A\omega\cos\omega\, t \tag{6}$$



Wreszcie przyspieszenie a punktu P' jest równe rzutowi stałego przyspieszenia dośrodkowego a_0 punktu P. Można je więc zapisać w postaci

$$a = -a_0 \sin\omega\, t \tag{7}$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\upsilon_0^2}{A} \\ &= \frac{A^2\omega^2}{A} \\ &= A\omega^2 \end{aligned}$$

Zależność (7) można więc zapisać w postaci

$$a = -A\omega^2 \sin\omega\, t \tag{8}$$

Dla drgań harmonicznych siła wprawiająca ciało w drgania jest wprost proporcjonalna do wychylenia ciała z położenia równowagi zgodnie z równaniem (3). Jeżeli pominiemy siły oporu działające na ciało w czasie drgań, a siła F jest jedyną siłą mającą wpływ na drgania tego ciała, wtedy można w oparciu o II zasadę dynamiki napisać:

$$ma = -kx$$

gdzie m jest masą ciała. Lub jeżeli wykorzystamy zależności (4, 8) mamy

$$mA\omega^2 \sin \omega\, t = kA \sin \omega\, t$$

Na podstawie ostatniego równania można określić okres drgań ciała w zależności od współczynnika k i masy ciała. Przekształcając ostatnie równanie, słuszne w dowolnej chwili t otrzymujemy

$$m\omega^2 = k$$

skąd

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m}$$

Stąd okres drgań

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{9}$$

Wystarczy znaleźć współczynnik proporcjonalności dla siły harmonicznej i mamy cały opis ruchu harmonicznego.

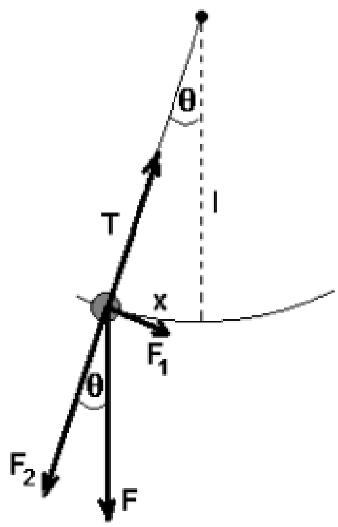
Podamy teraz kilka przykładów drgań harmonicznych.

2.1 Wahadło matematyczne

Wahadło matematyczne jest wyidealizowanym ciałem. którego masa m skupiona jest w małej objętości, zawieszonym na nieważkiej i nierozciągliwej nici o długości l. Zakładamy, że wychylenia wahadła o kąt θ są tak małe, że można z dobrym przybliżeniem przyjąć $\sin\theta \approx \theta$. Jeżeli wychylenie kątowe θ wyrazimy w radianach to

$$x = l\,\theta$$

a wobec małych wartości θ można przyjąć, że ruch wahadła jest prostoliniowy.



Siłą, która powoduje ruch drgający wahadła jest składowa F_1 ciężaru F

$$F = mg$$

Składowa F_2 jest równoważona przez siłę naprężenia nici T.

$$\begin{aligned} F_1 &= mg \sin\theta \\ &= mg\theta \\ &= \frac{mg}{l}x \end{aligned}$$

Widać stąd, że dla małych wychyleń siła F_1 jest siłą spełniającą warunek (3), więc drgania wahadła są drganiami harmonicznymi, gdzie

$$k = \frac{mg}{l}$$

Stąd i na podstawie (9) wynika, że okres drgań wahadła matematycznego wynosi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{10}$$

Jak widać okres drgań wahadła matematycznego zależy tylko od długości wahadła, przy założeniu niewielkich wychyleń kątowych.

2.2 Oscylator harmoniczny

Ciało przyczepione do idealnej, nieważkiej sprężyny o współczynniku sprężystości k mające masę m wykonuje drgania harmoniczne ślizgając się po idealnie gładkiej poziomej powierzchni. Przyjmujemy, że położenie $x = 0$ znajduje się w położeniu równowagi, w którym sprężyna nie jest rozciągnięta.

Ponieważ siła z założenia jest wprost proporcjonalna do przemieszczenia x mierzonego jako odległość od położenia równowagi więc od razu można napisać na podstawie (9), że okres drgań oscylatora wynosi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{11}$$

Energia całkowita oscylatora harmonicznego E pozostaje stała zgodnie z zasadą zachowania energii i w każdej chwili równa jest sumie energii kinetycznej ciała zaczepionego do sprężyny E_k i energii potencjalnej sprężystości sprężyny E_p.

$$E = E_k + E_p$$

gdzie energia potencjalna sprężyny wyraża się wzorem

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

zaś energia kinetyczna

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Enaergia całkowita oscylatora pozostaje stała w każdej chwili drgań, ale składowe części energii całkowitej zmieniają się w czasie. Zależność od czasu dla energii kinetycznej możemy podać na podstawie (6):

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\omega\, t$$

lub w postaci

$$E_k = E_{kmax}\cos^2\omega\, t$$

gdzie

$$E_{kmax} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

Zależność od czasu dla energii potencjalnej na podstawie (4) ma postać:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\omega t$$

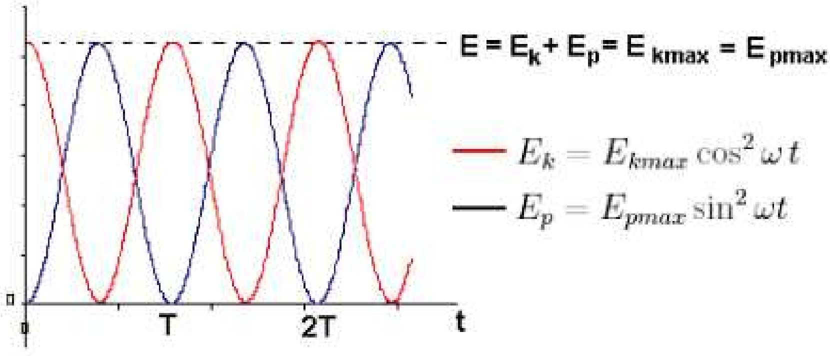
lub w postaci

$$E_p = E_{pmax}\sin^2\omega t$$

gdzie

$$E_{pmax} = \frac{1}{2}kA^2$$

Na wykresie zależności te przedstawiają się tak jak na poniższym rysunku.



Energia całkowita ruchu harmonicznego jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy:

$$E = E_{pmax} = E_{kmax} = \frac{1}{2}kA^2 \tag{12}$$

Omawiane wyżej przykłady drgań były przykładami drgań harmonicznych nietłumionych swobodnych. Oznacza to, że pominięto siły tarcia, a ciało wykonywało drgania tylko pod wpływem siły harmonicznej pojawiającej się w sytuacji, gdy ciało zostało wychylone z położenia równowagi i puszczone swobodnie. Wtedy ciało wykonuje drgania z częstością

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

nazywaną **częstością własną**. Podczas takich drgań amplituda drgań, a więc i całkowita energia pozostają stałe. W rzeczywistości drgania harmoniczne są zawsze **drganiami gasnącymi**, to znaczy drganiami, których energia ulega rozpraszaniu, a amplituda maleje wraz z czasem. Przyczyną tego jest działanie sił oporu.

Na ciało może jednak działać okresowa siła wymuszająca drgania z częstością Ω. Ciało wykonuje wtedy drgania z częstością równą częstości siły wymuszającej. Amplituda takich drgań jest niewielka jeżeli częstość siły wymuszającej różni się znacznie od częstości własnej ciała. Gdy częstość siły wymuszającej zbliża się do częstości własnej drgań ciała, wtedy amplituda drgań rośnie i osiąga maksimum dla częstości siły wymuszającej równej częstości własnej. Zjawisko to nosi nazwę **rezonansu mechanicznego**, a częstość równa częstości własnej nazywana jest również **częstością rezonansową**. Zjawisko rezonansu może w pewnych sytuacjach doprowadzić do zniszczenia układu drgającego.

3 Fale mechaniczne

Fale mechaniczne powstają w ośrodkach sprężystych, jeżeli część tego ośrodka zostanie wprawiona w drgania. Drgania te na skutek oddziaływania z otaczającym ośrodkiem wywołują takie same drgania otoczenia i w ten sposób zaburzenie rozchodzi się w całym ośrodku. Charakterystyka ruchu tego zaburzenia w ośrodku nazywanego ruchem falowym, lub krótko falą mechaniczną i zasady nim rządzące (zasada Huygensa, zasada superpozycji) zostały omówione w dziale dotyczącym optyki. Są one identyczne jak dla fal elektromagnetycznych, w tym świetlnych. Jedyna różnica tkwi w tym, że fale elektromagnetyczne nie są falami mechanicznymi i mogą się rozchodzić również w próżni. Fale mechaniczne mogą się rozchodzić tylko w ośrodku materialnym, na przykład fale na wodzie, fale dźwiękowe w powietrzu itp.

Ze względu na kierunek drgań w stosunku do kierunku rozchodzenia się zaburzenia fale mechaniczne dzieli się na fale poprzeczne i podłużne:

fala poprzeczna jest to taka fala, w której drgania zachodzą w kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali (fala na powierzchni wody)

fala podłużna jest falą, dla której drgania zachodzą w kierunku równoległym do kierunku rozchodzenia się fali (fala dźwiękowa w powietrzu)

W zależności od kształtu czoła fali wyróżnia się:

fale kuliste w przestrzeni trójwymiarowej - czoła fali są sferami

fale koliste na płaszczyźnie - czoła fali są okręgami

fale płaskie - czoła są płaszczyznami lub liniami prostymi

fale liniowe - fala rozchodzi się wzdłuż prostej (na przykład fala rozchodząca się wzdłuż napiętego sznura.

3.1 Równanie fali

Załóżmy, że drgania cząsteczek ośrodka będące źródłem fali są drganiami harmonicznymi opisanymi zależnością czasową postaci

$$y = A \sin \omega t$$

a ponadto założymy, że amplituda drgań w miarę oddalania się od źródła pozostaje stała. Przyjmijmy, że fala jest liniowa i rozchodzi się wzdłuż osi x w prawo, to jest zgodnie ze zwrotem osi. W punktach odległych od siebie o długość fali λ cząsteczki drgają w tej samej fazie i na następnym odcinku o długości λ fala ma taki sam kształt jak na poprzednim odcinku o tej długości. Wynika z tego, że w danej chwili fala w przestrzeni ma kształt sinusoidalny z okresem 2π przypadającym na jedną długość fali. W danej chwili t opisana jest więc funkcją

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$$

Jeżeli zaburzenie rozchodzi się z szybkością υ, to po czasie

$$t = \frac{x}{\upsilon}$$

dotrze do punktu odległego o x od źródła. Jeżeli w chwili $t = 0$ fala wzdłuż linii rozchodzenia się jest opisana powyższą funkcją, to po czasie t będzie opisana taką samą funkcją, lecz przesuniętą względem osi x o

$$x = \upsilon t$$

czyli

$$\begin{aligned} y &= A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - \upsilon t) \\ &= A \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{\lambda} \upsilon t) \\ &= A \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{\upsilon T} \upsilon t) \\ &= A \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t) \end{aligned}$$

Tak więc drganie punktu odległego o x od źródła w zależności od czasu opisuje funkcja

$$y = A \sin 2\pi(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}) \tag{13}$$

nazywana **równaniem fali biegnącej**. Równanie to zapisuje się często w postaci

$$y = A \sin(kx - \omega t) \tag{14}$$

gdzie

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

to znana nam już częstość drgań, a

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

to tak zwana **liczba falowa**. Jeżeli fala rozchodzi się w lewo, to jest przeciwnie do zwrotu osi x, jej równanie będzie miało postać

$$y = A\sin(kx + \omega t) \tag{15}$$

Fala biegnąca przenosi energię przez ośrodek materialny, w którym się rozchodzi, a wychylenia cząstek ośrodka zależą od położenia i od czasu.

Jeżeli do danego punktu x docierają w danej chwili t fale z kilku różnych źródeł to wypadkowe wychylenie tego punktu jest wektorową sumą wychyleń pochodzących od drgań wywołanych każdą z fal, które dotarły do x. Tak więc, gdy do danego punktu docierają dwie fale o równych częstościach i równych amplitudach, drgających w tej samej fazie w każdej chwili to wypadkowe drganie ma amplitudę dwukrotnie większą. Mówimy, że fale wzmacniają się. Natomiast, jeżeli fazy drgań w obydwu falach różnią się o π to fale takie ulegają wygaszeniu i amplituda fali wypadkowej jest równa zeru. Powyższą zasadę nazywa się **zasadą superpozycji**. Można ją stosować zawsze wtedy, gdy amplitudy obydwu fal nie są zbyt wielkie, to znaczy jeżeli suma amplitud nie przekracza granicy sprężystości drgającego ośrodka.

3.2 Fala stojąca

Fala stojąca powstaje w wyniku nałożenia się na siebie dwóch fal o tej samej częstotliwości i amplitudzie biegnących w przeciwnych kierunkach. Zdarza się to wtedy gdy fala ulega odbiciu bez strat energii i wracając po tej samej drodze nakłada się na falę padającą. Niech fala padająca ma równanie

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t)$$

a fala odbita

$$y_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

W wyniku nałożenia się fal na siebie otrzymujemy falę o równaniu

$$y = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

czyli

$$y = 2A \sin kx \cos \omega t \tag{16}$$

Równanie to przedstawia falę, która nie biegnie w przestrzeni, amplituda drgań poszczególnych punktów zależy tylko od położenia x, a niektóre punkty nie wykonują w ogóle drgań, a mianowicie te dla których $\sin kx = 0$. Dla tych punktów $y = 0$ w każdej chwili t. Punkty te nazywa się **węzłami** fali stojącej. Fala nie przenosi energii ponieważ energia nie może przejść przez węzły. Położenie węzłów wyznacza warunek

$$kx = n\pi$$

bo $\sin n\pi = 0$, czyli

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = n\pi$$

lub po przekształceniu

$$x = n\frac{\lambda}{2} \quad , \quad n = 1, 2, \ldots$$

Kolejne węzły mają więc współrzędne:

$$x_1 = \frac{\lambda}{2} \quad , \quad x_2 = \lambda \quad , \quad x_3 = 3\frac{\lambda}{2} \quad \ldots$$

Amplituda drgań poszczególnych punktów zależy od ich położenia i jest równa

$$2A \sin kx$$

a dla niektórych osiąga wartość maksymalną równą $2A$, mianowicie dla tych, dla których sinus osiąga maksymalną wartość równą, czyli

$$\sin kx = \pm 1$$

Punkty te nazywa się strzałkami. Strzałki mają więc położenie określone warunkiem

$$kx = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$$

czyli

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$$

po przekształceniu

$$x = (2n + 1)\frac{\lambda}{4} \quad , \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Kolejne strzałki mają więc współrzędne:

$$x_1 = \frac{\lambda}{4} \quad , \quad x_2 = \frac{3\lambda}{4} \quad , \quad x_3 = \frac{5\lambda}{4} \quad \ldots$$

Drgania wszystkich punktów pomiędzy kolejnymi węzłami odbywają się w ten sposób, że wszystkie te punkty są w jednakowej fazie w każdej chwili i poruszają się powiedzmy w górę, zaś punkty pomiędzy sąsiednią parą węzłow drgają w fazie przeciwnej i poruszają się wszystkie w dół.

4 Fale akustyczne

Fale akustyczne są mechanicznymi falami podłużnymi. Mogą rozchodzić się w cieczach, gazach i ciałach stałych. Materialne cząstki ośrodka, w którym rozchodzi się fala drgają wzdłuż prostej, która jest kierunkiem propagacji fali. Zakres częstotliwości jaki mogą mieć podłużne fale mechaniczne jest bardzo szeroki, jednak tylko fale z zakresu 20 Hz - 20 000 Hz są falami słyszalnymi dla ludzkiego ucha. Nazywamy je **falami dźwiękowymi**. Fale o częstotliwości niższej od 20 Hz noszą nazwę **infradźwięków** i powstają na przykład podczas trzęsień Ziemi. Fale o częstotliwościach wyższych od 20 000 Hz nazywa się **ultradźwiękami**. Mogą być wytwarzane przez drgający kryształ kwarcu, któego drgania wymuszone zostały szybkozmiennym polem elektrycznym (zjawisko piezoelektryczne).

Fale dźwiękowe powstają w wyniku drgań strun (skrzypce, struny głosowe), słupów powietrza (organy, klarnet) oraz różnych płyt i membran (bęben, głośnik). Zaburzenie powietrza otaczającego drgające ciało rozchodzi się w przestrzeni w postaci fali na duże odległości. W fali dźwiękowej w powietrzu występują na przemian zgęszczenia i rozrzedzenia powietrza powstałe na skutek drgań cząsteczek, czyli obszary podwyższonego i obniżonego ciśnienia. Szybkość rozchodzenia się fali dźwiękowej zależy od sprężystości objętościowej ośrodka i jego gęstości. Najmniejsza jest dla gazów (w powietrzu około 330 $\frac{m}{s}$), średnia dla cieczy (w wodzie około 1400 $\frac{m}{s}$), największa dla ciał stałych (w aluminium około 5000 $\frac{m}{s}$)

4.1 Natężenie fali akustycznej

Natężenie fali akustycznej jest to ilość energii E przenoszonej w jednostce czasu t (moc P) przez jednostkową powierzchnię S prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali fali.

$$I = \frac{E}{t \cdot S} = \frac{P}{S} \tag{17}$$

Jednostką natężenia fali jest

$$[\,I\,] = \frac{1J}{1s \cdot 1m^2} = \frac{1W}{m^2}$$

Natężenie fali akustycznej zależy od gęstości ośrodka, prędkości fali w tym ośrodku, jej częstotliwości oraz amplitudy drgań cząsteczek ośrodka. Jeżeli źródłem fali jest źródło punktowe powstaje fala kulista. Jej natężenie maleje wraz z oddalaniem się od źródła, gdyż wyemitowana energia przepływa przez coraz większą powierzchnię. W odległości R_1 od źródła średnia moc przepływająca przez sferę o promieniu R_1 wynosi

$$P = I_1 \cdot S_1 = I_1 \cdot 4\pi R_1^2$$

Ta sama moc w odległości R_2 od źródła przepływa przez sferę o promieniu R_2, więc

$$P = I_2 \cdot S_2 = I_2 \cdot 4\pi R_2^2$$

stąd

$$I_1 \cdot 4\pi R_1^2 = I_2 \cdot 4\pi R_2^2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

Z ostatniego równania widać, że natężenie fali akustycznej jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła tej fali.

4.2 Poziom natężenia fali akustycznej

Natężenie fali akustycznej jest cechą samej fali. Natomiast ucho ludzkie, wrażliwe tylko na określony zakres częstotliwości fal dźwiękowych cechuje się ponadto wrażliwością na różne częstotliwości z zakresu słyszalnego. Oznacza to, że wrażenie odbieranego natężenia zależy od częstotliwości dźwięku i nie jest jednakowe dla całego zakresu słyszalnego. Największą wrażliwość ucho człowieka wykazuje dla dźwięków z przedziału od 500 Hz do 4000 Hz. Ponadto **próg słyszalności** w tym zakresie wynosi

$$I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$$

Oznacza to, że dźwięki o niższym natężeniu nie są słyszalne dla człowieka.

Z drugiej strony istnieje górna granica natężenia dźwięku, które ucho człowieka może wytrzymać. Jest to tak zwany **próg bólu**. Jest to największe natężenie dźwięku, powyżej którego następuje uszkodzenie narządu słuchu. Dla ucha ludzkiego wynosi on

$$I_{max} = 1,07\frac{W}{m^2}$$

W granicach natężeń określonych przez próg słyszalności i próg bólu ucho ma ponadto określoną czułość na wielkość wachań natężenia dźwięku, co znaczy, że jeżeli dwa dźwięki różnią się natężeniem o mniej niż 10%, ucho nie jest w stanie wykryć różnicy między nimi. Wprowadza się więc dodatkową wielkość, która charakteryzuje zdolność różnicowania dźwięków pod względem natężenia przez narząd słuchu. Jest to tak zwany poziom natężenia dźwięku Λ. Związek pomiędzy natężeniem dźwięku i poziomem natężenia dźwięku opisuje prawo Webera-Fechnera, które mówi, że poziom natężenia dźwięku jest wprost proporcjonalny do logarytmu natężenia

$$\Lambda \sim \lg I$$

W związku z tym definiuje się logarytmiczną skalę poziomu natężenia dźwięku w stosunku do progu słyszalności dal dźwięków o częstotliwości 1 kHz:

$$\Lambda = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

Jednostką poziomu natężenia w tej skali jest 1 bel (1 B). Poziom natężenia wzrasta o 1 B w stosunku do poziomu odniesienia jeżeli natężenie dźwięku wzrasta 10-krotnie. W praktyce posługujemy się jednostką 1 decybel (dB) równą 0,1 B. Na przykład jeżeli natężenie dźwięku jest dziesięciokrotnie większe niż próg słyszalności mamy z definicji

$$\Lambda = 10 \lg \frac{10 \cdot I_0}{I_0} = 10 \lg 10 = 10\, dB = 1\, B$$

Poziom natężenia dla progu słyszalności jest równy 0 dB ponieważ wtedy

$$\Lambda = 10 \lg \frac{I_0}{I_0} = 10 \lg 1 = 0 dB$$

W skali decybelowej górną granicę słyszalności dla częstotliwości 1 kHz stanowi poziom natężenia równy 120 dB. Różnicę poziomów natężenia dla dwóch dźwięków można przedstawić za pomocą zależności

$$\Lambda_2 - \Lambda_1 = 10(\lg \frac{I_2}{I_0} - \lg \frac{I_1}{I_0}) = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}$$

Zależność ta oznacza, że jeżeli różnica poziomów natężenia wynosi 40 dB to znaczy, że drugi dźwięk ma natężenie 10^4 razy większe niż pierwszy dźwięk.

4.3 Zjawisko Dopplera

Jeżeli źródło dźwięku i obserwator pozostają względem ośrodka sprężystego, w którym porusza się fala, w spoczynku wtedy częstotliwość ν rejestrowana przez obserwatora i częstotliwość drgań źródła ν_0 są sobie równe. **Zjawisko Dopplera** polega na tym, że obserwator rejestruje inną częstotliwość niż częstotliwość wysyłana przez źródło wtedy jeżeli obserwator i źródło poruszają się względem siebie.

Rozważymy przypadek gdy źródło i obserwator poruszają się wzdłuż łączącej ich prostej. Wybieramy układ odniesienia związany z ośrodkiem sprężystym, w którym porusza się fala. Niech υ_0 oznacza prędkość obserwatora w kierunku źródła. Źródło względem ośrodka spoczywa i emituje fale o częstotliwości ν. W ciągu czasu t do obserwatora spoczywającego względem źródła docierałaby ilość powierzchni falowych równa $\dfrac{\upsilon t}{\lambda}$, gdzie υ jest prędkością rozchodzenia się fal w ośrodku sprężystym. Ponieważ obserwator porusza się w stronę źródła więc w tym czasie dotrze do niego o $\dfrac{\upsilon_0 t}{\lambda}$ powierzchni falowych więcej. Częstotliwość jest równa liczbie fal odbieranych przez obserwatora w jednostce czasu więc obserwator będzie rejestrował falę o częstotliwości $\nu\,'$ równej

$$\nu\,' = \frac{\dfrac{\upsilon t}{\lambda} + \dfrac{\upsilon_0 t}{\lambda}}{t}$$

Ponieważ

$$\lambda\nu = \upsilon$$

to ostatni wzór możemy przepisać w postaci

$$\nu\,' = \nu\,\frac{\upsilon + \upsilon_0}{\upsilon}$$

$$\nu\,' = \nu\,(1 + \frac{\upsilon_0}{\upsilon}) \tag{18}$$

Jeżeli obserwator oddala się od źródła z prędkością υ_0 sytuacja jest odwrotna, obserwator odbiera w czasie t o $\dfrac{\upsilon_0 t}{\lambda}$ powierzchni falowych mniej więc rejestrowana częstotliwość będzie równa

$$\nu\,' = \nu\,(1 - \frac{\upsilon_0}{\upsilon}) \tag{19}$$

Obydwa wzory dotyczą przypadku, gdy źródło spoczywa względem ośrodka, w którym rozchodzi się fala, a obserwator oddala się od źródła lub do niego zbliża z prędkością υ_0.

W przypadku, gdy źródło porusza się względem ośrodka z prędkością υ_Z, mamy do czynienia z efektem skrócenia lub zwiększenia długości fali. Ponieważ w ciągu każdego okresu drgań źródła

$$T = \frac{1}{\nu}$$

źródło przemieszcza się w stronę obserwatora o $\upsilon_Z T$ więc długość fali $\lambda\,'$ obserwowanej przez obserwatora jest o to przemieszczenie krótsza od długości fali λ emitowanej przez źródło

$$\lambda\,' = \lambda - \upsilon_Z T$$

$$\lambda\,' = \frac{\upsilon}{\nu} - \frac{\upsilon_Z}{\nu}$$

Ponieważ fala wyemitowana przez źródło porusza się niezależnie od źródła (o jej prędkości decydują własności ośrodka sprężystego) więc jej prędkość względem ośrodka pozostaje równa υ, więc

$$\nu\,' = \frac{\upsilon}{\lambda\,'} = \frac{\upsilon}{\frac{\upsilon}{\nu} - \frac{\upsilon_Z}{\nu}}$$

Po przekształceniu

$$\nu\,' = \nu \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_Z} \tag{20}$$

Jeżeli źródło oddala się od obserwatora mamy sytuację zwiększenia długości odbieranej fali więc częstotliwość odbieranej fali będzie mniejsza

$$\nu\,' = \nu \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_Z} \tag{21}$$

Gdy źródło i obserwator jednocześnie poruszają się względem ośrodka sprężystego mamy ogólną sytuację i wtedy częstotliwość odbieranej fali będzie dana równaniem

$$\nu\,' = \nu \cdot \frac{\upsilon \pm \upsilon_0}{\upsilon \mp \upsilon_Z} \tag{22}$$

gdzie górne znaki "+" i "-" odpowiednio w liczniku i mianowniku odpowiadają sytuacji, gdy obserwator i źródło zbliżają się do siebie, natomiast dolne znaki "-" i "+" dla przypadku odwrotnego.